CALCUL DE LA VALEUR QUE POSSEDENT, DU POINT DE VUE DE L'ECONOMIE FORESTIERE, LES SOLS FORESTIERS, AINSI QUE LES PEUPLEMENTS NON ENCORE EXPLOITABLES

Martin FAUSTMANN

Allgemeine Forst und Jagd Zeitung[1]

Décembre 1849

Titre original : Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen

Traduction en français : Jacques MAHEUT[2]

Avec la participation de Jean-Luc PEYRON

Décembre 1999

Edité par :

ENGREF
Ecole nationale du Génie rural, des Eaux et des Forêts
Service des publications
14, rue Girardet, CS 4216, F-54042 NANCY Cedex

---

[1] Journal général de la Forêt et de la Chasse

[2] J. MAHEUT est Ingénieur en Chef du Génie rural, des Eaux et des Forêts (e.r.) et domicilié 25, avenue du Général Leclerc, F-54600 VILLERS-LES-NANCY. Cette traduction en français peut être obtenue auprès de l'ENGREF (Ecole nationale du Génie rural, des Eaux et des Forêts), Service des publications, 16, rue Girardet, CS 4216, F-54042 NANCY CEDEX

Note Liminaire

En août 1949, la revue allemande Allgemeine Forst- und Jagdzeitung (Journal général de la forêt et de la chasse), éditée à Darmstadt, publie un article présentant un exemple d'estimation de la valeur du fonds. Ce texte est signé « F. » mais peut très facilement et certainement être attribué à Martin Faustmann, jeune diplômé de l'université de Giessen qui a alors 27 ans. En effet, celui-ci a été formé à l'école de Carl Gustav Heyer, disciple d'Heinrich Cotta et successeur de Johann Christian Hundeshagen ; or ces deux derniers éminents professeurs se sont notoirement intéressés à la valeur des forêts. Par ailleurs, en attendant qu'un poste se libère au service forestier du Grand Duché de Hesse-Darmstadt, Faustmann effectue à cette époque divers travaux et assiste en particulier G.W. von Wedekind dans son rôle de Rédacteur en Chef de la revue forestière éditée localement mais, comme son nom l'indique, beaucoup plus largement diffusée. Il est clair dans ces conditions que « F. » désigne bien Faustmann.

Il est vraisemblable que cet article soit lu par « l'Oberförster » Edmund Franz von Gehren qui est sceptique quant à la méthode employée parce que sa propre expérience sur ce type de sujet l'a conduit à ce qu'il pense être des aberrations. Il développe donc son point de vue, exemples à l'appui, dans le numéro suivant de la revue concernée, en octobre de la même année. Ce faisant, il commet trois erreurs : il utilise tout d'abord une moyenne géométrique entre intérêts simples et composés ; il se fonde ensuite sur un cas dans lequel l'âge d'exploitabilité fixé a priori est trop élevé et n'est pas cohérent avec hypothèses faites ; il confond enfin la valeur marchande du peuplement sur pied, celle qui résulterait d'une exploitation, avec la valeur actuelle d'avenir que ce même peuplement prend, au contraire, s'il est maintenu sur pied.

C'est pour débusquer et rectifier ces erreurs que Faustmann écrit dès octobre et publie en décembre 1949, dans le numéro suivant de la revue, un article dans lequel il est conduit à développer pour la première fois l'ensemble des fondements de l'économie forestière moderne. Sa théorie s'applique à l'estimation de la valeur d'un fonds comme d'une forêt en bloc, fonds et peuplement. Elle s'utilise ensuite aussi bien au niveau d'un peuplement individuel (revenu périodique) qu'à celui d'une forêt équilibrée (revenu soutenu). Elle établit enfin une liaison entre deux problèmes qui, jusque là avaient été traités séparément : celui de l'estimation de la valeur d'une forêt et celui de l'optimisation de la gestion correspondante.

Comme nous l'avons noté dans l'article que nous lui avons consacré (Revue forestière française, n°6-1999, pp 679-698), Martin Faustmann fait ici la preuve d'une grande lucidité en matière d'économie forestière et même d'économie générale. Il a bien compris l'origine de la valeur d'un bien et la relation qu'il convient d'établir entre celle-ci et les bénéfices susceptibles d'être engendrés dans le futur par le bien en question. Il indique que « la différence entre les valeurs en capital de toutes les recettes et de toutes les dépenses qui interviennent indéfiniment dans une forêt correspond à la valeur de la forêt »… Ainsi se trouve fondée la théorie de l'actualisation… Il a bien vu ensuite que, dépendant des bénéfices futurs, cette valeur pouvait être augmentée en choisissant une gestion adéquate, voire optimale, symbolisée par exemple par l'âge de la récolte. C'est cette vision globale qui fait la force de la théorie de Faustmann et de son article fondateur que nous vous proposons maintenant en français.

Jacques Maheut et Jean-Luc Peyron

Calcul de la valeur que possèdent, du point de vue de l'économie forestière, les sols forestiers, ainsi que les peuplements non encore exploitables

L"Oberförster" von Gehren a exposé, dans le numéro d'octobre de cette revue (page 361), ses conceptions sur "l'estimation en valeur des sols forestiers nus" et sa méthode de calcul ; lui-même souhaite qu'une discussion s'engage sur les divers aspects de cette importante question. Nous ne sommes entièrement d'accord ni avec le point de vue de von Gehren, ni avec sa méthode de calcul, et nous avons cru devoir contribuer aussi à ce que ce problème, qui est intéressant au plan économique et d'utilité pratique, soit abordé d'une autre manière : pour ces deux raisons, nous nous sommes permis de traiter ce même thème, en suivant nos propres conceptions et en nous référant à celles de von Gehren. Nous devons tout d'abord faire expressément observer que notre calcul relève uniquement du domaine de l'économie forestière ; nous calculons donc la valeur que possède un sol forestier nu du point de vue forestier. Cependant, pour atteindre totalement notre objectif, nous devons étendre notre calcul — toujours du même point de vue — aux peuplements forestiers non encore exploitables, c'est à dire ne pas calculer la valeur de tels peuplements à partir de la valeur marchande du volume de bois qu'ils portent actuellement, mais avec celle qui correspond aux usages probables de ces bois une fois arrivés à l'âge d'exploitabilité ; cette valeur dépend du rôle qui leur est assigné dans le système de gestion forestière, comme de leur stade de développement au cours de la révolution (l'exploitation peut être périodique ou soutenue). Il est aisé de se rendre compte de l'intérêt pratique d'un tel calcul. Grâce à lui, nous disposons des bases nécessaires pour estimer la valeur d'une forêt en cas de vente volontaire ou forcée (expropriation), en cas de dommages par le feu, les insectes, les hommes, etc., pour juger enfin du système de gestion et de la durée de révolution les plus avantageux ; la méthode de calcul est simple et son exactitude peut se vérifier par divers contrôles. Nous nous appuyons sur les exemples chiffrés de von Gehren, mais nous avons recours aux intérêts composés que nous tenons comme plus corrects en la matière.

Pour les besoins de notre calcul, nous sommes amenés à distinguer la gestion à revenus périodiques de la gestion à revenu soutenu puis, dans chacune de ces situations, les cas où la surface est nue de ceux où elle porte un peuplement, enfin, si la surface en cause doit être regardée comme constituant une unité de gestion ou seulement une partie d'une telle unité. Par le terme "unité de gestion"[3] nous entendons une surface de forêt qui est soumise à un même type de traitement ainsi qu'à une même révolution et qui, en vue du calcul du revenu, constitue un tout homogène. La distinction que nous faisons ici est nécessaire car la valeur monétaire d'une telle unité de gestion ne semble pas être modifiée directement par une augmentation ou diminution de sa taille. Par ailleurs, nous devons aussi faire une différence selon que les surfaces sont nues ou qu'elles portent un peuplement car le propriétaire forestier subit des pertes pécuniaires lors de la vente ou la coupe à blanc d'un peuplement non arrivé à maturité et peut donc prétendre, à juste titre, recevoir de l'acheteur une indemnité venant s'ajouter à la valeur du fonds. Ce dernier point explique aussi que nous ayons retenu, parmi nos objectifs, l'estimation des peuplements non encore mûrs. Qu'il soit justifié, en matière d'estimation, de distinguer

[3] "Betriebsclass"

le traitement à revenu périodique du traitement à revenu soutenu va de soi, et ce principe est également admis par von Gehren.

I. TRAITEMENT A REVENUS PERIODIQUES

Nous considérons un type de traitement pour lequel toutes les exploitations et plantations s'étendent régulièrement et simultanément sur la totalité de la surface en cause ; autrement dit, cette surface est successivement couverte de peuplements équiennes. Il ne nous est pas nécessaire de faire ici une différence selon que la surface en cause constitue une unité de gestion entière ou qu'elle n'en représente qu'une partie. Que la surface augmente ou diminue ne modifie en rien l'aménagement, mais uniquement l'importance des recettes et des dépenses, et ce, proportionnellement à la surface.

A - Sol forestier actuellement nu

Le calcul de von Gehren est juste. Cependant nous voulons également calculer la rente foncière (revenu net annuel) et, à partir d'elle, obtenir la valeur du sol par une simple capitalisation. Nous l'exprimons d'une manière très générale par une formule et éliminons ainsi une distinction entre sol forestier et sol agricole ; pour le premier qui se caractérise par le retour périodique des recettes et des dépenses, le calcul de la valeur serait plus difficile selon von Gehren.

Formule de la rente forestière

La formulation mathématique de notre problème est la suivante : **Quel est le revenu net engendré, à perpétuité et à annuité constante, par un sol forestier actuellement nu ?** Pour répondre à cette question, il suffit de considérer les seuls revenus normaux de la forêt, qui découlent des décisions du gestionnaire. Deux méthodes de résolution sont envisageables, qui conduisent au même résultat.

1) **On convertit en grandeurs annuellement égales toutes les recettes et dépenses relatives à la première révolution et, soustrayant celles-ci de celles-là, on obtient ce que l'on cherchait**. Effectuer ce calcul sur une seule révolution est suffisant car on peut supposer que, du point de vue des recettes et dépenses, toutes les révolutions suivantes seront totalement identiques à la première.

Nous désignons comme suit :

- E : recette de la coupe à maturité ;
- D : revenus des éclaircies au cours de la révolution ;
- $r\,D$: valeur équivalente à ces dernières après capitalisation en fin de révolution « Reduktionswerth » ;
- C : coûts culturaux nécessaires en début de révolution ;
- A : dépenses annuelles d'administration, de protection, … ;
- u : durée de la révolution ;
- p : taux d'actualisation ;
- R : rente foncière.

Pour simplifier le calcul, nous pouvons capitaliser en fin de révolution les recettes et dépenses qui n’interviennent pas annuellement, puis transformer la différence entre elles en une rente annuelle uniforme perçue pour la première fois à la fin de la première année de la révolution et pour la dernière fois à la fin de la dernière année de la révolution, la considérant donc autant de fois qu'il y a d'années dans la révolution.

Mais, à la fin de cette révolution, la valeur de la coupe à maturité est E , celle des éclaircies rD et celle des coûts culturaux $C(1{,}0p)^u$, cette dernière étant prise négativement[4]. Les grandeurs à utiliser pour ce que nous avons appelé ci-dessus "rente annuelle" sont donc

$$E + rD - C(1{,}0p)^u$$

Appelons x cette rente annuelle, et calculons la valeur du capital qu'elle a produit à la fin de la révolution, on a alors l'égalité :

$$x(1{,}0p)^{u-1} + x(1{,}0p)^{u-2} + x(1{,}0p)^{u-3} + \ldots\ldots + x(1{,}0p) + x = E + rD - C(1{,}0p)^u$$

Le membre de gauche de l'égalité peut s'écrire d'après la formule de la somme des termes d'une progression géométrique $S = \dfrac{a(q^n - 1)}{q - 1}$:

$$\frac{x\left[(1{,}0p)^u - 1\right]}{0{,}0p} = E + rD - C(1{,}0p)^u$$

et par suite :

$$x = \frac{0{,}0p}{(1{,}0p)^u - 1} = \left[E + rD - C(1{,}0p)^u\right]$$

De cette valeur (x) de la rente annuelle on doit encore déduire les dépenses annuelles A pour l'administration, ... afin d'obtenir la rente foncière R.

La formule de la rente foncière recherchée est donc :

$$\boxed{R = \frac{0{,}0p}{(1{,}0p)^u - 1}\left[E + rD - C(1{,}0p)^u\right] - A}$$

2) **Nous aboutissons à la même formule, si nous actualisons toutes les recettes et dépenses qui seront obtenues sans fin, et si nous cherchons le revenu résultant des intérêts produits par leur différence**.

La rentrée (E + rD) a lieu pour la première fois au bout de u années et ensuite tous les u ans ; la valeur actuelle K de ces rentrées est :

[4] On notait à l’époque (et on note encore quelquefois aujourd’hui) *0,0p* et *1,0p*, avec le taux *p* exprimé en pourcentage, ce que nous écririons aujourd’hui respectivement *p* et *1+p* avec le taux *p* exprimé en valeur décimale (NDT).

$$K=\frac{E+rD}{(1,0\,p)^{u}}+\frac{E+rD}{(1,0p)^{2u}}+\frac{E+rD}{(1,0p)^{3u}}+\ldots+\frac{E+rD}{(1,0p)^{\infty}}$$

$$=\frac{E+rD}{(1,0p)^{u}}:\left[1-\frac{1}{(1,0p)^{u}}\right]=\frac{E+rD}{(1,0\,p)^{u-1}}$$

(d'après la formule de la somme à l'infini d'une progression géométrique :

$$S=\frac{a}{1-q}$$

Les dépenses pour frais culturaux (*C*) interviennent pour la première fois au début de la première année puis tous les *u* ans ; leur valeur actuelle *K'* se calcule donc comme celle (*K*) des rentrées *E+rD*, en substituant *C* à *E+rD* puis en ajoutant encore *C*, donc :

$$K'=C+\frac{C}{(1,0p)^{u}-1}=\frac{C(1,0p)^{u}}{(1,0p)^{u}-1}$$

Les dépenses (*A*) pour l'administration et *c* interviennent à la fin de chaque année, toujours égales à elles-mêmes ; leur valeur actuelle est donc :

$$K''=\frac{A}{0,0t}$$

Ce que nous avons appelé différence des valeurs actuelles, dont les intérêts produits chaque année correspondent à la rente foncière, est ainsi :

$$K-K'-K''=\frac{E+p\,D}{(1,0p)^{u}-1}-\frac{C(1,0p)^{u}}{(1,0p)^{u}-1}-\frac{A}{0,0p}$$

Les intérêts annuels, égaux à la rente foncière, sont ainsi données par la même formule que ci-dessus.

$$R=\frac{0,0p}{(1,0p)^{u}-1}\left[E+r\,D-C(1,0p)^{u}\right]-A$$

A présent, il est facile de trouver la valeur *B* d'un sol forestier *m* ; il résulte tout simplement de la capitalisation de la rente foncière, donc

$$B=\frac{R}{0,0p}-\frac{E+r\,D-C(1,0\,p)^{u}}{(1,0p)^{u}-1}-\frac{A}{0,0\,p}$$

Si le calcul précédent concerne l'unité de surface (Morgen = journal), et si la surface à estimer comprend *F* unités, la rente foncière est *RF*, et la valeur du sol *BF*.

Appliquons maintenant cette formule à l'exemple chiffré choisi par von GEHREN. Au cours de la révolution interviennent les rentrées ci-dessous, dont la valeur, capitalisée en fin de révolution, est également donnée. On a pris *p=4* et *u=80*

Années (*n*)	Valeur des éclaircies en *Pf*	Valeurs capitalisées en *Pf*
20	1 000	10 520
30	1 880	13 359
40	1 380	6 625
50	1 160	3 751
60	1 955	4 284
70	2 433	3 601
Somme	9 808	42 140 *
Revenu coupe à maturité80	42 739	42 379

* Pour la commodité nous ne conservons que le Pfenning comme "unité de compte"

1 Thaler = 360 "Pfennings"
1 Sgr = 12 "

On obtient ainsi : *D= 9 808*

et *r D = 42 140*

$$\left(r = \frac{42140}{D} = \frac{42140}{9808} = 4,2965\right)$$

Par suite *E = 42 379*

Les coûts culturaux, au début de la première révolution, s'élèvent à 540 Pf, donc *C* = 540 et

$$C(1,0p)^{u} = 540(1,04)^{80} = 540 \times 23,04979 = 12447$$

Les dépenses annuelles d'administration n'ont pas été prises en compte par von GEHREN, car il les considérait comme sensiblement égales aux recettes procurées par les produits accessoires, elles-mêmes négligées.

Nous estimons ces dépenses à 48 Pf, soit A=48.

Si nous introduisons ces valeurs dans la formule, nous obtenons :

$$R = \frac{0,04}{1,04^{80} - 1}(42379 + 42140 - 12447) - 48$$

= 0,04x0,04535x72072-48=130,78-48=82,72 Pf

La rente foncière ressort ainsi à 83 Pf , et la valeur du sol à $82,73 \times \frac{100}{4} = 2068Pf$; von GEHREN arrivait à une valeur trois fois, environ, supérieure à la nôtre ; cela tient au fait qu'il a fait ses calculs avec des "taux moyens géométriques"[5] et nous avec les intérêts composés. Cependant lui-même a calculé - page 364 -- la valeur du sol avec les intérêts composés ; elle reste différente de la nôtre du fait qu'il n'a pas tenu compte des frais d'administration (48 Pf) ; reste un écart de 1 Pf en raison de décimales négligées. Nous ne chercherons pas à savoir si cette faible valeur du sol est liée à des recettes sous-estimées, aux prix des bois etc., ou à des catégories de produits inexactes, car nous ne nous préoccupons que des principes. Si il n'y a aucune erreur commise sur ces données, la faiblesse du résultat obtenu indiquerait que la durée de la révolution choisie est trop longue. Nous n'accorderont pas une très grande valeur à notre formule de la rente foncière pour l'utilisation qui vient d'être exposée, mais en revanche ce sera le cas pour la prochaine et les suivantes.

B - Sol actuellement boisé

La valeur du sol est naturellement la même que dans le cas précédent. Mais c'est un sol portant un peuplement qui est vendu, et le vendeur doit, par conséquent, faire argent des bois existants à leur valeur actuelle de consommation : l'acheteur, en plus de la valeur du sol, doit encore indemniser le vendeur pour la perte qu'il a ainsi subie. Et si l'entreprise forestière considérée est "lucrative", ce qui signifie la durée de révolution choisie est la plus avantageuse pécuniairement, alors l'exploitation d'un peuplement avant l'âge d'exploitabilité doit engendrer une perte d'argent pour le propriétaire forestier ; le contraire montrerait qu'il y aurait avantage à exploiter plus tôt, autrement dit que la révolution était trop longue, donc non optimale. Avant leur âge d'exploitabilité, les peuplements, même s'ils ont déjà une valeur de consommation, doivent être considérés comme une production du sol non mûre dont la récolte entraîne, pour le propriétaire forestier, un dommage de la même nature que celui que subit un cultivateur en coupant ses prés hors de saison. Nous pensons tout simplement à un peuplement de pins sylvestres âgés de 10 ans par exemple, dont la valeur actuelle du bois est incontestablement plus faible que celle qu'ils possèdent en tant que porteur du futur revenu à l'âge d'exploitabilité. Ce revenu correspond à la valeur économique du peuplement qui, comme la valeur économique du sol, peut s'exprimer par un capital-argent. Il y a bien des méthodes qui conduisent à son expression algébrique ; nous en choisissons trois pour contrôler ainsi les résultats obtenus et rendre évident leur bien-fondé.

Formule de la valeur du peuplement

Prenons l'âge du peuplement égale à N ans, mais en nous plaçant, tout d'abord, dans le cas où, à cet âge, aucune éclaircie n'est encore intervenue. En plus, la manière de traiter le peuplement est normale.

1) Manifestement, un propriétaire forestier ne peut plus exiger pour un peuplement d'être totalement indemnisé comme s'il n'avait pas perçu la rente foncière pendant n années, et pour les dépenses supportées - frais de plantation et d'administration - En effet, cela revient à dire qu'il aurait constitué un capital lui assurant des intérêts annuels correspondant à la rente foncière au lieu d'investir dans l'économie forestière : ainsi toucherait-il chaque année la rente foncière sous forme des

[5] Nota : la moyenne géométrique de a_1, a_2 ... a_n est : $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_n}$

intérêts du capital tout en économisant les coûts des plantations et d'administration. Mais le propriétaire ne peut accepter pour valeur du peuplement :

- la rente foncière pendant *n* années (*nR*)

- le coût de la plantation (C)

- les frais d'administration pendant *n* années (*nA*)

soit donc (*nR + C + n A)* ; il peut exiger aussi que soit compensée la perte d'intérêts qui résulte, pour lui, du fait des sommes dont il n'a pu disposer, s'agissant de la rente et de l'argent investi - à partir du moment où la dépense a été faite, et qui par conséquent n'ont pu être prêtées. Cependant, cela aurait été le cas, si, au lieu d'un sol forestier assurant la rente, il avait eu affaire à un capital-argent porteur d'intérêts. Après cette remarque préalable, on peut considérer que la valeur du peuplement (H) correspond à la valeur en capital que possèdent à la fin de la $n^{ème}$ année, les valeurs ci-après :

a) <u>La rente foncière</u> (*R*)

Elle intervient pour la première fois à la fin de la première année et se poursuit pendant *n* années, en restant égale à elle-même. Sa valeur en capital ressort à :

$$K = R\,(1,0p)^{n-1} + R\,(1,0p)^{n-2} + \cdots + R\,(1,0p) + R$$
$$= \frac{R\left[(1,0p)^{n} - 1\right]}{0,0p}$$

b) <u>Les dépenses annuelles d'administration</u> *(A)*

Elles ont lieu comme la rente foncière ; leur valeur en capital est donc :

$$K' = A\,(1,0p)^{n-1} + A\,(1,0p)^{n-2} + \cdots + A\,(1,0p) + A$$
$$= \frac{A\left[(1,0p)^{n} - 1\right]}{0,0p}$$

c) <u>Les frais de plantation</u> *(C)*

Ils interviennent une seule fois, au début de la première année ; par suite leur valeur capitalisée est :

$$K'' = C\,(1,0p)^{n}$$

D'après ce qui a été dit plus haut :

$H = K + K' + K''$, c'est à dire

$$H = \frac{R\left[(1,0p)^{n} - 1\right]}{0,0p} + \frac{A\left[(1,0p)^{n} - 1\right]}{0,0p} + C\,(1,0p)^{n}$$

Si nous substituons à R la valeur que nous avons trouvée précédemment, nous obtenons :

$$\frac{R\left[(1,0p)^n-1\right]}{0,0p}=\left[\frac{0,0p}{(1,0p)-1}\left(E+rD-C(1,0p)^u-A\right)\right]\times\frac{(1,0p)^u-1}{0,0p}$$

$$=\frac{(1,0p)^n-1}{(1,0p)^u-1}\left[E+rD-C(1,0p)^u\right]-\frac{A\left[(1,0p)^n-1\right]}{0,0p}$$

Si l'on reporte cette valeur dans l'expression de H, dans laquelle + et - $\frac{A\left[(1,0p)^n-1\right]}{0,0p}$ s'annulent, il en découle :

$$H=\frac{(1,0p)^n-1}{(1,0p)^u-1}\left[E+r\,D-C\,(1,0p)^u\right]+C\,(1,0p)^n$$

Enfin isolons C en tant que facteur commun, il vient

$$H=(E+rD)\frac{\left[(1,0p)^n-1\right]}{(1,0p)^u-1}+C\,\frac{\left[(1,0p)^{u-n}-(1,0p)^n-(1,0p)^{u-n}+(1,0p)^u\right]}{(1,0p)^u-1}$$

ou

$$\boxed{H=(E+rD)\frac{\left[(1,0p)^n-1\right]}{(1,0p)^u-1}+C\,\frac{\left[(1,0p)^u-(1,0p)^n1\right]}{(1,0p)^u-1}}$$

qui est la formule de la valeur d'un peuplement que nous cherchions.

Si des éclaircies sont déjà intervenues, on a obtenu, grâce à elles, une partie de la rente foncière ; leurs valeurs, capitalisées à l'âge n, doivent donc venir en déduction de la valeur de H.

Au lieu de retenir ces valeurs, on peut - sans porter atteinte à l'exactitude des résultats - obtenir une meilleure "conformité" avec les formules déjà établies, et celles qui le seront par la suite, si l'on déduit de la valeur capitalisée de toutes les éclaircies intervenant au cours de la révolution (rD) toutes celles qui restaient encore à pratiquer pendant le reste de la première révolution, également en valeur capitalisée, $r'D'$. Cette différence $(=rD-r'D')$ est ramenée au moment présent ; $\left(=\frac{rD-r'D'}{(1,0p)^{u-n}}\right)$ et cette dernière valeur est finalement déduite de celle de H. Par suite

$$\boxed{H=(E+rD)\left[\frac{(1,0p)^n-1}{(1,0p)^u-1}\right]+C\,\frac{\left[(1,0p)^u-(1,0p)^n\right]}{(1,0p)^u-1}-\frac{rD-r'D'}{(1,0p)^{u-n}}}$$

Cette formule sous sa forme générale, est applicable aux peuplements normalement gérés.

2) On se propose de transformer toutes les dépenses et recettes de la première révolution (*u*) en annuités ; alors le propriétaire peut exposer comme suit son point de vue : "Dans mon peuplement forestier âgé de *n* années, sont représentées les annuités de recettes de *n* années. Mais jusqu'ici je ne les ai pas effectivement perçues, donc je dois être indemnisé à leur niveau capitalisé à ce jour ; en procédant ainsi, seront en même temps compensées les annuités négatives (dépenses) exposées jusqu'à maintenant. En ce qui concerne les dépenses administratives annuelles du passé, je ne peux exiger aucune indemnité. En revanche, les frais de plantation interviennent au début de la révolution, et pour toute la durée de celle-ci ; ainsi toutes les annuités correspondant à cette dépense ont été payées à l'avance, pour toute la durée de la révolution et par conséquent toutes les annuités correspondant à la suite de la révolution (*u-n*) ainsi avancées doivent m'être restituées. Si des éclaircies ont déjà été pratiquées, leur valeur capitalisée vient en déduction $\left(\frac{rD - r'D'}{(1,0p)^{u-n}}\right)$.

Si l'on désigne par *x* l'annuité correspondant aux recettes *(E+rD)* et par *y* celle correspondant aux frais de plantation *C*, on obtient, avec la même méthode de calcul qu'en (*I.A,1*) :

$$x = (E + rD)\frac{0,0p}{(1,0p)^u - 1} \quad \text{et}$$

$$y = C\,(1,0p)^u \times \frac{0,0p}{(1,0p)^u - 1}$$

La valeur en capital *K* d'une annuité *x* non perçue pendant *n* années est :

$$K = x\,(1,0p)^{n-1} + (x\,1,0p)^{n-2} + \cdots + x\,(1,0p) + x$$

$$= \frac{x\left[(1,0p)^n - 1\right]}{0,0p} = (E + rD)\left[\frac{(1,0p)^n - 1}{(1,0p)^u - 1}\right]$$

La valeur en capital *K'* des annuités de dépenses payées par avance pour *(u-n)* années est au début de l'année (*u-n)* :

$$K' = \frac{y}{1,0p} + \frac{y}{(1,0p)^2} + \cdots + \frac{y}{(1,0p)^{u-n-1}} + \frac{y}{(1,0p)^{u-n}}$$

$$= \frac{y}{1,0p} \times \left[\frac{\left(\frac{1}{1,0p}\right)^{u-n} - 1}{\frac{1}{1,0p} - 1} \right] = \frac{y\left[(1,0p)^u - (1,0p)^n\right]}{(1,0p)^u - 0,0p}$$

$$= C\,\frac{\left[(1,0p)^u - (1,0p)^n\right]}{(1,0p)^u - 1}$$

en remplaçant *y* par sa valeur

On obtient alors :

$$H = K + K' - \frac{rD - r'D'}{(1,0p)^{u-n}}$$

$$H = (E + rD)\left[\frac{(1,0p)^n - 1}{(1,0p)^u - 1}\right] + C\,\frac{\left[(1,0p)^u - (1,0p)^n\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{rD - r'D'}{(1,0p)^{u-n}}$$

exactement comme ci-dessus.

3) La différence entre les valeurs en capital de toutes les recettes et de toutes les dépenses qui interviennent indéfiniment dans une forêt correspond à la valeur de la forêt. Cette valeur, que nous appellerons *W*, englobe la valeur du sol et celle du peuplement (*B* et *H*) ; on a ainsi :

$W = B + H$ et $H = W - B$

Nous évaluons donc comme suit la valeur *W* de la forêt ; la valeur du sol *B* est connue. Nous calculons les valeurs, à la fin de la première révolution, de toutes les recettes et dépenses qui se reproduisent à l'infini, puis nous les ramenons au moment présent.

La valeur des recettes qui auraient été perçues au cours du reste de la révolution, est, à la fin de cette révolution, $E + r'D'$ (*r' D'* est la valeur, à ce moment là, des éclaircies qui devaient encore intervenir).

En ce qui concerne les dépenses, il faut seulement tenir compte encore des frais d'administration *(A)* supportées pendant *(u-n)* années ; leur valeur, à la fin des *(u-n)* années, est :

$$K = A\,(1,0p)^{u-n-1} + A\,(1,0p)^{u-n-2} + \cdots + A\,(1,0p) + A$$

$$= \frac{A\left[(1,0p)^u - (1,0p)^n\right]}{(1,0p)^n \times 0,0p}$$

A la fin de la première révolution, nous avons un terrain nu mais conservant sa vocation forestière, et les recettes et dépenses se reproduiront égales à elles-mêmes. Pour déterminer la valeur propre de ce terrain à la fin de la première révolution, nous devons recourir au même calcul que si l'on voulait trouver la valeur propre du sol, c'est à dire B ; or d'après (I.A.2).

$$B = \frac{E + rD - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1} - \frac{A}{0,0p}$$

Par suite, la valeur à la fin de la présente révolution de toutes les recettes nettes obtenues de la forêt est (W') :

$$W' = E + r'\,D' - K + B \qquad ^{(*)}$$

$$W' = E + r'\,D' - \left(\frac{A\left[(1,0p)^u - (1,0p)^n\right]}{(1,0p)^n \times 0,0p}\right) + \left(\frac{E + r\,D - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1} - \frac{A}{0,0p}\right)$$

$$W' = \frac{E\,(1,0p)^u + rD - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1} + r'\,D' - \frac{A\,(1,0p)^{u-n}}{0,0p}$$

Ramenons la valeur W' au moment présent, donc en la divisant par $(1,0p)^{u-n}$; ainsi la valeur de la forêt est donnée par :

$$W = \frac{W'}{(1,0p)^{u-n}} = \frac{E\,(1,0p)^n + r\,D\,(1,0p)^{n-u} - C\,(1,0p)^n}{(1,0p)^u - 1} + \frac{r'\,D'}{(1,0p)^{u-n}} - \frac{A}{0,0p}$$

Mais nous avons aussi :

$$B = \frac{E + r\,D - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1} \qquad \text{et} \qquad H = W - B$$

Lorsque nous faisons la soustraction, apparaît l'expression $r\,D\,\dfrac{\left[(1,0p)^{n-u} - 1\right]}{(1,0p)^u - 1}$ qui peut être scindée en :

$\dfrac{r\,D\left[(1,0p)^n - 1\right]}{(1,0p)^u - 1}$ et $-\dfrac{r\,D}{(1,0p)^{u-n}}$ et l'on obtient, exactement comme ci-dessous :

$$H = (E + r\,D)\left[\frac{(1,0p)^n - 1}{(1,0p)^u - 1}\right] + C\,\frac{\left[(1,0p)^u - (1,0p)^n\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{r\,D - r'\,D'}{(1,0p)^{u-n}}$$

(*) Egalité ajoutée par le traducteur ; le texte original comporte ici plusieurs erreurs typographiques.

Ces trois façons d'aborder le problème nous a conduit à un seul et même résultat et nous aurions encore pu y parvenir par une autre méthode. Le 3ème procédé nous a de surcroît montré que la valeur du sol ne subissait aucune modification, que celui soit nu ou qu'il porte un peuplement ; comme l'égalité $H + B = W$ est exacte de même que les valeurs de H et de W qui y figurent, la valeur trouvée précédemment pour B est satisfaisante. De même l'âge du peuplement n'exerce aucun effet, puisque l'on peut obtenir n'importe laquelle des n valeurs positives possibles.

Enfin nous allons vérifier l'exactitude de l'égalité dans les cas suivants :

a) Quelle est la valeur d'un peuplement arrivé à l'âge d'exploitation ?

Nous pouvons le prévoir aisément, elle est égale à E puisqu'à cet âge le peuplement est arrivé à maturité, et qu'en conséquence sa "valeur économique" est égale à sa valeur de consommation. Si la formule est exacte, nous devons donc obtenir dans un tel cas $H=E$.. Nous avons $n = u$ et il ne reste plus d'éclaircies à pratiquer, ce qui entraîne $r'D'=0$. Il vient ainsi

$$H = (E + r\ D)\left[\frac{(1,0p)^u - 1}{(1,0p)^u - 1}\right] + C\frac{\left[(1,0p)^u - (1,0p)^u\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{r\ D}{(1,0p)^{u-u}}$$

$$= E + r\ D - \frac{r\ D}{(1,0p)^o} = E + r\ D - r\ D = E$$

- ce qu'il fallait démontrer -

b) Quelle est la valeur d'un peuplement au moment où il vient d'être créé, donc compte tenu de son âge au début de la première rotation, soit $n = 0$?

Manifestement cette valeur est égale au coût de la plantation, en supposant que si, par exemple, la plantation est détruite et indemnisée, la nouvelle plantation, identique à la première, est effectuée la même année. La formule doit donc donner pour $n = 0$, $H = C$.

$$H = (E + rD)\left[\frac{(1,0p)^0 - 1}{(1,0p)^u - 1}\right] + \frac{C\left[(1,0p)^u - (1,0p)^0\right]}{(1,0p)^u} - \frac{rD - r'D'}{(1,0p)^{u-0}}$$

ríDí=rD puisque toutes les Èclaircies sont encore futures. Donc

$$H = E + rD\left[\frac{1-1}{(1,0p)^u - 1}\right] + C\frac{\left[(1,0p)^u - 1\right]}{(1,0p)^u - 1} = C$$

Ce qu’il fallait démontrer.

Nous pourrions en discutant cette égalité, découvrir des faits et des règles du domaine forestier, nombreuses et intéressantes ; mais cela nous entraînerait trop loin et en dehors de notre sujet.

Calculons cependant la valeur *H* díun peuplement ,gÈ de 10 ans dans líexemple chiffrÈ proposÈ. Aucune Èclaircie nía ÈtÈ rÈalisÈe : *rD=ríDí.*

En outre, on a : *r D= 42 140*

E = <u>*42 379*</u>

E + rD = 84 519

C = 540 et *n = 10* *u = 80*

$$H = 84\,519 \times \frac{1{,}04^{10} - 1}{1{,}04^{80} - 1} + 540 \times \frac{1{,}04^{80} - 1{,}04^{10}}{1{,}04^{80} - 1}$$

H = 2 369 Pf = valeur du peuplement (*)

Dans le cas d'un peuplement âgé de 65 ans, on a pris *r' D' = 2483, n=65* et les autres valeurs sans changement

$$H = (42379 + 42140) \times \frac{(1,04)^{65} - 1}{(1,04)^{80} - 1} + \frac{540\left[(1,04)^{80} - (1,04)^{65}\right]}{(1,04)^{80} - 1} - \frac{42140 - 3601}{(1,04)^{80-65}}$$
$$= 24086 Pf$$

Si un terrain forestier, portant un peuplement âgé de 10 ans ou de 65 ans est vendu, l'acquéreur doit au vendeur une somme *H-P*, *H* étant la valeur "économique" du peuplement, respectivement *2 369* et *24 086 Pf*, et *P* la valeur de consommation du peuplement exploité. Un "revenu excédentaire" fait son apparition si *P>H* ; cela indique clairement au propriétaire forestier, ou que sa gestion n'est pas avantageuse, ou que la révolution était trop longue. Si par exemple à l'âge de 65 ans, le revenu annuel moyen provenant de la coupe principale s'établit à $\frac{42\,379}{80} = 530\,Pf$, la valeur de consommation du peuplement âgé de 65 ans ressortira à *530 x 65 = 34 450 Pf*. La valeur de consommation de ce peuplement est ainsi supérieure de *10 364 Pf* à sa valeur économique, ce qui indique que la révolution est au moins de 15 ans trop longue et que le propriétaire a déjà obtenu un avantage immédiat en exploitant le peuplement, donc que de ce fait, il ne saurait prétendre recevoir encore une indemnité.

La valeur *(W)* d'un peuplement qui se trouve dans un état anormal se calcule sur les mêmes bases fondamentales que celles adoptées pour un peuplement normal. On suppose qu'après la première révolution le peuplement sera dans un état normal et l'on ne prend en compte que les recettes anormales de la première révolution. Appelons (*e*) le dernier revenu de la coupe à maturité et ρd la valeur capitalisée des éclaircies, puis nous choisissons de mettre en oeuvre la troisième méthode. Ainsi, après la première révolution, la vraie valeur de toutes les recettes qui apparaîtront alors - et sans fin - correspond à la valeur du sol *B*. Les recettes provenant de la première révolution sont à

(*) Le dÈtail du calcul a ÈtÈ supprimÈ ; de mÍme dans líexemple suivant.

ce moment là $(e+\rho\, d)$ et les dépenses, comme pour l'état normal à $\frac{A\left[(1,0p)^{n}-(1,0p)^{u}\right]}{(1,0p)^{n}\cdot 0,0p}$.

Cette dernière valeur, ainsi que $(e+\rho\, d+B)$ doivent être ramenées de la fin de la première révolution à l'instant présent pour obtenir la valeur de la forêt, soit avec les symboles indiqués :

$$w=\frac{e+\rho\ d+B}{(1,0p)^{u-n}}-\frac{A}{0,0p}\times\frac{(1,0p)^{u-n}-1}{(1,0p)^{u-n}}$$

Pour trouver enfin la valeur du peuplement *(h)* nous devons déduire de la valeur de la forêt, celle du sol. Mais celle-ci n'est autre que la valeur que nous avons calculée en prenant en considération les recettes normales ; en effet on utilise le peuplement actuel que pour le récolter et le régénérer, pour installer aussitôt un peuplement normal sur le terrain, et, de ce fait, la situation anormale du peuplement n'exerce une influence que sur la valeur du peuplement actuel.

On a donc :

$$h=\frac{e+\rho d+B}{(1,0p)^{u-n}}-B-\frac{A}{0,0p}\times\frac{(1,0p)^{u-n}-1}{(1,0p)^{u-n}}$$

$$=\frac{e+\rho d}{(1,0p)^{u-n}}-\frac{B\left[(1,0p)^{u-n}-1\right]}{(1,0p)^{u-n}}-\frac{A}{0,0p}\times\frac{(1,0p)^{u-n}-1}{(1,0p)^{u-n}}$$ [6]

En remplaçant *B* par sa valeur trouvée ci-dessus, à savoir :

$B=\frac{E+r\,D-(1,0p)^{u}}{(1,0p)^{u}-1}-\frac{A}{0,0p}$, il vient :

$$h=\frac{e+\rho d}{(1,0p)^{u-n}}-\frac{\left[E+r\,D-C\,(1,0p)^{u}\right]}{(1,0p)^{u}-1}\times\frac{(1,0p)^{u-n}-1}{(1,0p)^{u-n}}+\frac{A}{0,0p}\times\frac{(1,0p)^{u-n}-1}{(1,0p)^{u-n}}-\frac{A}{0,0p}\times\frac{(1,0p)^{u-n}}{(1,0p)^{u-}}$$

ou

$$h=\frac{e+\rho d}{(1,0p)^{u-n}}-\left[E+r\ D-C\,(1,0p)^{u}\right]\times\frac{(1,0p)^{u}-(1,0p)^{n}}{(1,0p)^{u}\left[(1,0p)^{u}-1\right]}$$

- valeur que nous cherchions -

Si nous prenons comme exemple un peuplement d'une structure anormale, âgé de 65 ans, avec, à 70 ans, une éclaircie de *1 500 Pf* au lieu de *2 433 Pf*, et à 80 ans une

[6] Ici, erreur typographique dans l'article original

recette procurée par la coupe à blanc de *30 000 Pf* au lieu de *42 379 Pf*, la formule précédente donne avec les valeurs ci-après :

$e = 30\,000$; $\rho d = 2\,220$; $E = 42\,379$; $r\,D = 42\,140$; $C = 540$;
$u = 80$; $n = 65$; $p = 4$
$h = 16\,436\ Pf$

Pour le peuplement normal nous avions calculé

$$H = 24\,086\ Pf$$

En plus des formules de la rente foncière, de la valeur du sol et de la valeur du peuplement, on a obtenu l'important résultat suivant : **la valeur du sol reste la même, que la surface soit nue ou qu'elle porte un peuplement, quel que soit l'âge du peuplement et que celui-ci soit normal ou anormal ; la différence des conditions se reflète seulement dans la valeur du peuplement forestier.**

Nous pouvons maintenant exposer notre avis sur la question de savoir si, et dans quelle mesure, le capital sur pied entre en ligne de compte dans le cas de l'exploitation périodique, et si il se pourrait, dans ce cas, qu'en découle une augmentation de la valeur du sol, et, enfin, si la valeur du sol reste valable dans le cas du rendement soutenu ; ensuite nous passerons à l'étude mathématique du traitement à rendement soutenu.

°

° °

II- TRAITEMENT A REVENU SOUTENU

Nous ne pouvons tenir pour exacte la méthode de calcul utilisée par von GEHREN. Lui-même s'était d'ailleurs rendu compte de son inexactitude, mais il était arrivé à cette conclusion uniquement parce qu'il parvenait à des valeurs du sol négatives. Quoiqu'il en soit, von GEHREN ne proposa pas de les remplacer par des meilleures, mais, délibérément, et en commettant ainsi une nouvelle erreur, d'estimer la valeur du sol égale à la valeur de la forêt. Il soustrait en effet de la valeur de la forêt obtenue en capitalisant son revenu soutenu net (*W = 16 150 Pf)*, la valeur de consommation du capital ligneux sur pied (*P = 16 443 Pf*), et considère que la différence, *W-P*, correspond à la valeur *B* du sol. Mais comme ici *B* apparaît avec le signe négatif (- *293 Pf*), von GEHREN déclare le calcul inexact et, sans chercher plus loin, prend *W* (*16 150 Pf*) comme valeur du sol exacte. Or cette valeur *W* n'existe pas à l'évidence, pour un sol forestier nu, mais seulement quand il porte un peuplement ayant des classes d'âge normales. Nous discuterons de l'erreur contenue dans l'égalité *B=W-P* quant nous aurons établi quel est le véritable point de vue à adopter.

Si nous recherchons en effet quelle est la nature du traitement à rendement soutenu, nous constatons qu'il peut être pris en considération de la même manière que le traitement à revenus périodiques. Dans le cas du rendement soutenu le plus strict - le seul que nous examinons - on se trouve en présence d'un nombre de coupes annuelles égal au nombre d'années de la révolution, et ces coupons portent des peuplements de tous les âges, du plus jeune au plus vieux de la révolution.

A l'évidence, chacun de ces coupons, considéré en lui-même, représente un traitement à revenus périodiques ; en effet pour chacun d'eux, une coupe définitive intervient tous les "u" ans et l'on perçoit le revenu des éclaircies avec les mêmes périodicités que dans le cas des récoltes intermittentes. C'est uniquement du fait que sont réunis "u" peuplements à production périodique, mais représentant la série normale des âges, que l'on obtient un revenu annuel correspondant à un volume exploité constant pendant toute la révolution, donc un rendement soutenu. Ce sont toujours des arbres de même âge qui constituent la coupe définitive ; tous les peuplements se rapprochent peu à peu de la coupe rase ; tous appartiennent à la série continue des âges, année par année, et conservent la même surface pendant toute la révolution. Cela étant, on doit obtenir, indifféremment un même et unique résultat pour la valeur du sol ou la valeur des peuplements de l'ensemble des coupons, que l'on prenne en compte les revenus périodiques de chacun des "u" coupons, ou bien le revenu constant correspondant à la surface entière ; autrement dit, obtenir le même résultat - soit en faisant entrer dans le calcul la production périodique de "u" peuplements individualisés - mais dont l'étagement des âges est normal, soit en le basant sur le revenu soutenu des "u" coupons. Comme nous avons vu précédemment que la valeur du sol ne dépendait ni de la présence ou non d'un peuplement, ni de son âge et que la valeur d'un peuplement pouvait être obtenue par la formule donnant "H" quel que soit son âge, il apparaît dès à présent, à partir du seul principe mathématique : "le tout est égal à la somme de ses parties", que l'on peut reconnaître l'exactitude de la proposition suivante : la valeur du sol est la même qu'il s'agisse de revenus périodiques ou de revenu soutenu.

Quant à la valeur du peuplement, elle pourra être obtenue dans les deux cas avec la même formule. Nous procédons à la démonstration strictement mathématique en considérant les surfaces en cause, soit comme une unité de gestion complète, soit comme parties d'une telle unité ; nous commençons par considérer le cas d'un sol boisé.

A- <u>SOL ACTUELLEMENT BOISE</u>

Dans les considérations suivantes, nous ne tenons pas compte, tout d'abord, des éclaircies, pour simplifier, mais nous ne mettons pas en cause l'exactitude de nos déductions car ce qui est reconnu comme exact pour les revenus provenant de la coupe principale, est valable également pour les récoltes intermédiaires.

Nous affirmons maintenant le principe que la valeur du sol est la même, **que le traitement procure des revenus périodiques ou un revenu constant** et nous choisissons de le prouver comme suit : considérons une forêt en état normal, dont la surface est "u" fois celle d'un coupon produisant un revenu périodique (dans l'exemple, 80 acres) de telle sorte que la surface à exploiter chaque année, sur l'ensemble de la forêt, soit égale à celle d'un coupon. Alors nous avons :

E : revenu annuel
C : frais culturaux
uA : frais d'administration
et un revenu net annuel constant : E - C - UA.

En considérant ces recettes comme une rente perpétuelle et toujours égale, on trouve la valeur économique d'une forêt assurant un rendement soutenu soit :

$$W' = \frac{E - C - u\ A}{0,0p}$$

L'exactitude de cette valeur *W'* n'est mise en cause par quiconque, non plus qu'elle est bien égale à la valeur du capital sur pied, augmentée de celle du sol. Partons maintenant de la règle suivant laquelle les valeurs du sol et du peuplement ne dépendent que du niveau actuel des revenus soutenus qui peuvent être obtenus, et tenons pour certain que cette règle, valable pour la gestion à revenus intermittents sera également prouvée en ce qui concerne les revenus nets procurés par la coupe définitive effectuée chaque année dans le cadre de la gestion à rendement soutenu.

Dans ce cas, la valeur du sol à retenir est $B' = u \times B$ et la valeur globale des arbres sur pied, *H'* , égale à la somme des valeurs de chacun des peuplements unitaires dont les âges vont de 0 à u-1 ans, sans interruption, donc :

$$H' = h + h_1 + h_2 + \cdots + h_{n-2} + h_{n-1}$$

Mais cette valeur *H'* peut aussi être obtenue par la formule qui donne *H*, en l'utilisant successivement pour les "n" âges différents. S'il en est bien ainsi, la somme de *B'* + *H'*, c'est à dire *W'*, devra être égale à $\frac{E - C - u\ A}{0,0p}$

Comme $B' = u \times B$, on a aussi : $B' = \frac{u\left[E - C\,(1{,}0p)^u\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{uA}{0,0t}$

Séparons maintenant, dans la formule de *H*, la partie constante de la partie variable :

$$H = \frac{C\,(1{,}0p)^u - E}{(1{,}0p)^u - 1} + \frac{E - C}{(1{,}0p)^u - 1} \times (1{,}0p)^n$$

Si l'on désigne par *T* la partie constante, et le facteur constant de la partie variable par *U*, on a alors :

$$H = T + U\,(1{,}0p)^n$$

Par suite, nous avons :

$$\begin{aligned}
h_0 &= T + U\,(1{,}0p)^0 \\
h_1 &= T + U\,(1{,}0p)^1 \\
h_2 &= T + U\,(1{,}0p)^2 \\
&\vdots \\
h_{n-2} &= T + U\,(1{,}0p)^{N-2} \\
h_{n-1} &= T + U\,(1{,}0p)^{u-1}
\end{aligned}$$

$$h_0 + h_1 + h_2 + \cdots + h_{n-2} + h_{n-1} = u\,T + U\left[1 + (1{,}0p)^1 + (1{,}0p)^2 + \cdots + (1{,}0p)^{u-2} + (1{,}0p)^{u-1}\right]$$

$$\text{ou } H' = uT + \frac{U\left[(1,0p)^u - 1\right]}{0,0p}$$

puis en réintroduisant les valeurs de T et U :

$$H' = \frac{u\left[C\,(1,0p)^u - E\right]}{(1,0p)^u - 1} + \frac{E - C}{0,0p}$$

La somme $B' + H'$ est alors :

$$B' + H' = \frac{u\left[E - C\,(1,0p)^u\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{u\,A}{0,0p} + \frac{u\left[C\,(1,0p)^u - E\right]}{(1,0p)^u - 1} + \frac{E - C}{0,0p}$$

$$= \frac{u\left[E - C\,(1,0p)^u\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{u\left[C\,(1,0p)^u - E\right]}{(1,0p)^u - 1} + \frac{E - C}{0,0p} - \frac{u\,A}{0,0p}$$

$$= \frac{E - C - uA}{0,0p} \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

Ayant ainsi démontré que nos assertions étaient exactes, nous pouvons maintenant calculer facilement les valeurs du sol et du peuplement dans le cas du traitement à revenu soutenu, en tenant compte également des éclaircies. Avec ce traitement, on pratique chaque année les mêmes éclaircies que celles qui interviennent dans un coupon à revenus périodiques pendant toute la révolution. Le revenu annuel constant est donc $E + D$ et la valeur de la forêt :

$$W' = \frac{E + D - C - uA}{0,0p}$$

La valeur du sol d'un coupon à revenus périodiques est :

$$B = \frac{E + rD - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1} - \frac{A}{0,0p}$$

et pour l'ensemble de la forêt assurant le rendement soutenu :

$$B' = u \times B = \frac{u\left[E + rD - C\,(1,0)^u\right]}{(1,0p)^u - 1} - \frac{uA}{0,0p}$$

La différence entre la valeur de la forêt et la valeur du sol donne celle du peuplement :

$$H' = W' - B' = \frac{E + D - C - uA}{0,0p} - \frac{u\left[E + rD - C(1,0p)^u\right]}{(1,0p)^u - 1} + \frac{uA}{0,0p}$$

et finalement $H' = \frac{u\left[C\,(1,0p)^u - E - rD\right]}{(1,0p)^u - 1} + \frac{E + D - C}{0,0p}$

Si l'on prend maintenant la surface du coupon comme unité de surface, on obtient :

$$W' = \frac{E + D - C}{u\,(0,0p)} - \frac{A}{0,0p}$$

$$B' = \frac{E + rD - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1} - \frac{A}{0,0p}$$

$$H' = \frac{E + D - C}{u\,(0,0p)} - \frac{E + rD - C\,(1,0p)^u}{(1,0p)^u - 1}$$

Appliquons cette formule à l'exemple pris par von GEHREN

u=80   p=4   ;   *E=42 379*   ;   *D=9 808*   ;

rD=42 140   ;   *C=540*   ;   *A=48*

Nous obtenons comme valeur à l'acre :

W'=   14 940 Pf

B'=   2 068 Pf

H'=   12 872 Pf

Remarque : pour le sol von GEHREN a trouvé une valeur plus faible, du fait que les dépenses annuelles d'administration n'entrent pas dans ses calculs.

En additionnant *B'* et *H4* on obtient effectivement la valeur *W'* de la forêt. Pour la valeur du peuplement von GEHREN trouve 16 443 Pf, soit 3 571 Pf en plus. Nous avons calculé la valeur économique du peuplement sur pied tandis que von GEHREN a calculé sa valeur de consommation du moment et c'est en cela que le calcul de von GEHREN et entaché d'erreurs.

Celui-ci avait parfaitement le droit de considérer que la valeur de la forêt était égale à la somme de la valeur du sol augmentée de celle du peuplement et de rechercher la valeur du sol en faisant la différence entre la première et la dernière. L'erreur du mode de calcul tient à ce que, pour déterminer la valeur du peuplement sur pied, il a subitement changé de point de vue, abandonnant celui qui avait été le sien en ce qui concerne la forêt dans le cas du revenu soutenu et le sol dans celui des revenus périodiques. Von GEHREN calcule en effet ces dernières grandeurs pour l'économie forestière, tandis que pour le volume du bois sur pied il prend la valeur de consommation du moment ; il abandonne ainsi le point de vue économique. En théorie, la valeur économique d'un peuplement qui n'a pas atteint complètement l'âge d'exploitation, est supérieure à sa valeur de consommation ; pour qu'il en soit ainsi cela amènerait à donner au sol une valeur encore plus négative que celle trouvée par von GEHREN. Mais cela ne devrait pas être le cas ; aussi, comme dans l'exemple présenté la valeur de consommation est plus élevée que la valeur économique (en fait, comme trouvé ci-dessus, de 3 571 Pf), on considère que la gestion — en particulier la révolution — était inadaptée, mais en maintenant que le calcul du revenu était exact. Au demeurant, on peut encore se placer d'un autre point de vue pour mener le calcul de la valeur du sol, et von GEHREN et nous-mêmes, dans le cas d'une exploitation périodique, l'avions choisi. Pour le cas présent, von GEHREN n'y avait pas prêté attention, mais nous allons le prendre en considération.

B- SOL ACTUELLEMENT NU

Il est clair que l'on peut admettre que, comme pour le traitement à revenus périodiques, le sol forestier nu a une valeur qui peut-être calculée à partir des revenus nets, ramenés au moment présent ; ceux-ci sont liés à la considération, conforme aux règles de l'économie forestière, que le peuplement qui couvrira la surface en cause doit remplir le plus rapidement possible les conditions lui permettant d'assurer le rendement soutenu normal. On se rend facilement compte qu'on obtiendra, par ce calcul, des résultats très variés — même si E, D et A demeurent inchangés — en raison des diverses possibilités d'obtenir l'état normal. On doit cependant donner la plus avantageuse, donc la seule judicieuse. Tout d'abord nous faisons deux suppositions sur lesquelles nous basons notre calcul de la valeur du sol et regardons ensuite si celle-ci est acceptable. Pour ce faire nous développons, analytiquement, les conditions économiques de notre calcul et cherchons si celles-ci correspondent aux principes économiques admis. La pierre de touche sera en réalité double, les conditions économiques ne doivent pas être "non-forestières" et les valeurs trouvées doivent être maximales.

1) Pour arriver, de la manière la plus stricte, à l'état normal assurant le rendement soutenu à l'achèvement de la première révolution, on ne doit, au cours de celle-là, planter chaque année qu'un seul âcre ; de la sorte, on aura au cours de la deuxième génération un étagement normal des âges. On peut s'apercevoir immédiatement que cette méthode supposée même si elle n'est pas "non-forestière" est cependant moins avantageuse qu'une gestion à revenus intermittents puisqu'une grande partie de la surface demeure inutilisée au cours de la première révolution. Il arrive aussi dans ce cas que le calcul donne des valeurs du sol assez faibles.

Sur chacun des coupons constituant la surface considérée, les récoltes interviennent exactement comme dans le cas de la gestion à revenus périodiques, à la seule différence près qu'il n'y a pas un peuplement simultanément et immédiatement partout, la plantation se faisant d'année en année et coupon par coupon, sans interruption. La valeur du sol (B) calculée pour le traitement à revenus périodiques n'est donc valable pour chacun des coupons qu'à partir du moment où ils ont été plantés ; par conséquent, pour obtenir la valeur totale actuelle du sol, la valeur du sol de chaque coupon doit être ramenée à sa valeur présente.

$$B'' = B + \frac{B}{(1{,}0p)^1} + \frac{B}{(1{,}0p)^2} + \cdots + \frac{B}{(1{,}0p)^{u-2}} + \frac{B}{(1{,}0p)^{u-1}}$$

$$= B\times\frac{(1,0p)-1}{0,0p\,(1,0p)^{u-1}}$$

Si on avait pu constituer un tel peuplement immédiatement et d'un seul coup et y appliquer le traitement à revenus périodiques, la valeur du sol aurait été *uB*. Si *uB > B''*, la différence :

$$uB - B'' = B\left[u - \frac{(1,0p)^{u}-1}{0,0p\,(1,0p)^{u-1}}\right]$$

doit être positive. On constate qu'il en est bien ainsi pour toutes valeurs positives de *u*.

Pour *u=1*, l'expression ci-dessus = 0, elle augmente positivement quand "u" s'accroît positivement et devient finalement infinie, quand on a également $u=\infty$. Si l'on prend ici la même unité de surface que celle choisie précédemment et que l'on désigne par *B'* la valeur du sol correspondante, on a :

B''=u B' et *u B-B'' =u (B-B')*

et $B' = B\left[\frac{(1,0p)^{u}-1}{u\,(0,0p)\,(1,0p)^{u-1}}\right]$

Finalement $B - B' = B\left[1 - \frac{(1,0p)^{u}-1}{u\,(0,0p)\,(1,0p)^{u-1}}\right]$

B................. = 2 068 Pf

B' = 0,28739 B = 594 Pf

donc B - B' = 1 474 Pf

Cette manière de calculer la valeur du sol est certainement à rejeter car elle est toujours plus faible pour un traitement assurant un revenu soutenu — près de quatre fois moindre pour une révolution de 80 ans — que celle trouvée pour le traitement à revenus périodiques.

2) Certains aménagistes soutiennent l'avis que dans une forêt dont le volume sur pied et l'accroissement sont normaux et l'âge moitié de la durée de la révolution, on pourrait obtenir, dès ce moment et d'une manière soutenue, un accroissement normal, autrement dit, être déjà) dans un "état normal". Pour notre calcul nous faisons l'hypothèse que sur "u" coupons un tel capital sur pied a été atteint après $\frac{u}{2}$ années ; donc qu'à partir de ce moment, on obtient chaque année et d'une manière soutenue le revenu net normal, mais qu'antérieurement les frais de plantation et d'administration, ainsi que les éclaircies, étaient périodiques.

Nous calculons, comme valeur du sol, la valeur capitalisée de ces deux grandeurs et nous distinguons donc, dans ce but, la suite des $\frac{u}{2}$ premières années, du reste de la révolution. A la fin des $\frac{u}{2}$ années, nous sommes dans la situation suivante, à ramener au moment présent, compte tenu des recettes intervenues au cours de cette période :

Eclaircies $= u \times \rho\ D$

Frais de plantation $= -\ uC\,(1,0\,p)^{\frac{u}{2}}$

Frais d'administration $= -\left[\dfrac{u\ A\left[(1,0\,p)^{\frac{u}{2}} - 1\right]}{0,0p}\right]$

Pour le temps restant :

Revenu annuel capitalisé $= \dfrac{E + D - C - u\ A}{0,0^{t}}$

Donc, en valeur actuelle et pour l'ensemble, et en divisant par "u" pour obtenir le résultat à l'unité de surface :

$$B' = \left[\rho D - C(1,0p)^{\frac{u}{2}} - \frac{A\,(1,0\,p)^{\frac{u}{2}}}{0,0p} + \frac{A}{0,0\,p} + \frac{E + D - C}{u \cdot 0,0\,p} - \frac{A}{0,0\,p}\right] : (1,0\,p)^{u/2}$$

$$= \frac{E + D - C}{u \quad 0,0p \quad (1,0\,p)^{u/2}} + \frac{\rho\ D}{(1,0p)^{u/2}} - \frac{A}{0,0\,p} - C$$

Dans notre exemple, avec $\frac{u}{2}$ = 40

$$\frac{E + D - C}{u \cdot 0,0p \cdot (1,0\,p)^{u/2}} = 3\,361$$

$$\rho D = \frac{1\,000}{(1,04)^{20}} + \frac{1880}{(1,04)^{30}} + \frac{1\,380}{(1,04)^{40}} = 1\,323$$

$$\frac{A}{0,0p} = 1\,200 \qquad\qquad C = 540,$$

on obtient : *B' = 2 944 Pf*

Cette somme de 2 944 Pf à l'acre est supérieure de 879 Pf à celle qui avait été calculée pour le traitement à revenus périodiques. Mais l'hypothèse selon laquelle, grâce au seul volume sur pied du niveau de celui qui est atteint à mi-révolution, on puisse obtenir un revenu soutenu équivalent à celui que fournit une série normale de coupons peut, à juste titre provoquer bien des réticences, et ce fut effectivement le cas de la part d'aménagistes confirmés. Comme il est aisé de le montrer par des exemples, le volume sur pied et l'accroissement de la série normale ne seraient approximativement atteints au cours de la révolution que si l'accroissement annuel moyen avait déjà atteint sa valeur normale au cours de la première 1/2 révolution et qu'il s'y maintienne ensuite.

Mais cela n'a jamais été vérifié par l'expérience et que l'on ne puisse y parvenir aussi rapidement permet de reconnaître, de prime abord, ce qu'a d'absurde cette supposition dans la généralité des cas. L'hypothèse qui avait été faite doit donc être rejetée, comme sans réalité forestière, de même que la valeur du sol calculée dans ce cadre, comme fausse. On peut encore remarquer qu'on obtiendrait une valeur plus faible pour le sol si l'on tenait compte dans le calcul du fait que des bois sont récoltés avant d'avoir atteint l'âge d'exploitabilité ; dans la réalité, on obtient effectivement des valeurs du sol plus faibles pour des révolutions comprises entre 1 et 18 ans ; à partir de cette durée — ou à son voisinage — la différence entre les deux valeurs devient nulle.

3) Maintenant nous allons chercher à déterminer par le calcul, l'âge à partir duquel, dans un peuplement forestier équienne, l'état normal peut être utilisé annuellement et durablement. A cet âge, la valeur économique H de ce peuplement doit être égale à la valeur économique H' d'une série normale de coupons :

$$H = H'$$

A partir de cette égalité, nous cherchons l'âge "n" du peuplement équienne dont la valeur est égale à H. Nous ne tenons pas compte des éclaircies, et, en procédant ainsi, nous commettons d'autant moins une faute que celles-ci interviennent avec la même importance dans les deux membres de l'égalité.

Au (II, A) nous avons trouvé :

$$H = \frac{C\,(1{,}0\,p)^u - E}{(1{,}0\,p)^u - 1} + \frac{E - C}{(1{,}0p)^u - 1} \times (1{,}0\,p)^n$$

et pour la même surface :

$$H' = \frac{C\,(1{,}0p)^u - E}{(1{,}0\,p)^u - 1} + \frac{E - C}{u \cdot 0{,}0\,p}$$

Comme $H = H'$, on obtient :

$$\frac{E - C}{(1{,}0\,p)^u - 1} \times (1{,}0\,p)^n = \frac{E - C}{u \cdot 0{,}0\,p}, \text{ de là :}$$

$$(1{,}0\,p)^n = \frac{(1{,}0\,p)^u - 1}{u \cdot 0{,}0p}$$

$$\text{et } n = \lg \frac{(1{,}0p)^u - 1}{u \cdot 0{,}0p} : \lg (1{,}0p)$$

qui est l'expression de l'âge du peuplement que nous cherchions ; cet âge, comme le montre l'expression, ne dépend que de la durée de la révolution quand "*p*" n'est pas modifié.

La même expression aurait été trouvée si nous avions calculé, exactement comme au paragraphe 2, la valeur du sol non pas lorsque le peuplement était âgé de $\frac{u}{2}$ ans, mais pour un âge, *n* - *n* devenant l'inconnue ; cette valeur du sol aurait été prise égale à celle qui a été établie pour le traitement à revenus périodiques et on aurait pu en tirer *u*.

Nous allons procéder ainsi, et pour les mêmes raisons que précédemment, laisser à nouveau les éclaircies de côté.

D'après (I, A, 2) nous avons

$$B = \frac{E - C(1{,}0p)^u}{(1{,}0p)^u - 1} - \frac{A}{0{,}0p}$$

et d'après (II, A, 2) : $B' = \frac{E - C}{u \cdot 0{,}0p\,(1{,}0p)^n} - \frac{A}{0{,}0p} - C$

Comme $B = B'$:

$$\frac{E - C(1{,}0p)^u}{(1{,}0p)^u - 1} = \frac{E - C}{u \cdot 0{,}0p\,(1{,}0p)^n} - C$$

$$E - C(1{,}0p)^u = \frac{(E - C)\left[(1{,}0p)^u - 1\right]}{u \cdot 0{,}0p\,(1{,}0p)^n} - C(1{,}0p)^u + C$$

$$E - C(1{,}0p)^n = \frac{(E - C)\left[(1{,}0p)^u - 1\right]}{u \cdot 0{,}0p}$$

et finalement : $(1{,}0p)^n = \frac{(1{,}0p)^u - 1}{u \cdot 0{,}0p}$

puis $n = \lg \frac{(1{,}0p)^u - 1}{u \cdot 0{,}0p} : \lg (1{,}0p)$, comme ci-dessus

Nous allons maintenant calculer — pour *p* = 4 — cet âge du peuplement pour différentes durées de révolution, puis voir si les âges ainsi obtenus ne correspondent pas mieux aux conditions pratiques que ceux pris égaux à la moitié de la révolution. Pour déterminer "*n*" nous avons conduit le calcul de manière telle que la première recette provenant de produits mûrs intervient à l'âge "*n + 1*" du peuplement, recette assurant dès lors un revenu constant.

<u>Calcul de l'âge "n+1" avec lequel, pour différentes durées de révolution (u) et dans un peuplement équienne normal, le revenu soutenu annuel correspondant à l'"état normal" peut commencer à être obtenu</u>

$$(1,04)^n = \frac{(1,04)^u - 1}{u \cdot 0,04} \; ; n = \frac{\lg (1,04)^n}{\lg (1,04)}$$

u	$(1,04)^n = \frac{(1,0}{u}$	$n = \frac{\lg (1,04)}{\lg (1,04)}$	n + 1	$\frac{n+1}{u}$
1	1	0	1	1
2	1,02	0,5	1,5	0,75
3	1,04	1	2	0,66
4	1,06	1,5	2,5	0,62
5	1,083	2	3	0,60
10	1,2	4,5	5,5	0,55
20	1,489	10,1	11,1	0,55
30	1,861	15,8	16,8	0,56
40	2,376	22	23	0,57
50	3,053	28,4	29,4	0,58
60	3,966	35,1	36,1	0,60
70	5,204	42	43	0,61
80	6,89	49,2	50,2	0,62
90	9,2	56,5	57,5	0,64
100	12,37	64,1	65,1	0,65
120	22,84	79,7	80,7	0,67
140	43,12	95,9	96,9	0,69
160	82,85	112,6	113,60	0,71

180	161,5	129,6	130,6	0,72
200	318,7	147,6	148,6	0,74

Dans notre exemple, pour u = 80 et n = 49, perdant les 49 premières années nous avons à l'acre :

$$\frac{\rho D}{(1,04)^{49}} = 1\,323 \quad ; \quad C = 540 \quad ; \quad \frac{A}{0,04} - \frac{A}{0,04\,(1,04)^{49}} = 1\,024$$

La valeur nette actuelle est donc : 1 323 - 540 - 1 024 = -241 et pendant le reste du temps : $\frac{E + D - C - u\,A}{u \cdot 0,04} = 14\,940$, soit en valeur actuelle : 2 186.

La valeur du sol est donc B' = - 241 + 2 186 = 1 944 Pf, donc plus faible, de 123 Pf, que celle du traitement à revenus périodiques.

L'expression algébrique de n , donne pour u = 1, également : n + 1 = 1, ce qui est juste puisqu'avec une révolution d'une année, les traitements à revenus périodiques et à revenu soutenu se confondent. Le rapport entre l'année où l'on commence la coupe et la durée de la révolution, $\frac{n+1}{u}$, est minimal pour des durées de révolution comprises en 10 et 20 ans ; sa valeur croît de part et d'autre, presque suivant une progression arithmétique, pour atteindre, petit à petit la valeur maximale égale à 1 pour $u = 0$ et $u = \infty$.Cette loi nous semble plus conforme aux conditions naturelles, et il est préférable de retenir les valeurs qu'elle donne plutôt que de prendre $\frac{u}{2}$ dans tous les cas ; en effet, si l'on veut faire partir d'un peuplement âgé de $\frac{u}{2}$ années le début de l'"état normal" assurant le revenu soutenu, il apparaît un trop important déficit d'accroissement au cours de la première révolution, notamment pour les durées de révolution les plus courtes et les plus longues ; de ce fait, le capital sur pied à l'âge de $\frac{u}{2}$ années, soit sensiblement l'accroissement pendant cette période, ne correspond pas à u fois l'"état normal". Il ne pourrait être égalé que si l'on constituait un capital sur pied plus important pour cette première révolution à revenu soutenu, donc en ne commençant que plus tardivement les coupes assurant ce revenu soutenu.

D'après ce qui précède, nous avons aussi établi, en nous plaçant du même point de vue, savoir qu'une surface non boisée peut être amenée à une structure de forêt assurant un revenu soutenu, que **la valeur du sol n'est pas plus élevée dans le cas du traitement à revenu soutenu que dans celui à revenus périodiques**, autrement dit que l'un et l'autre de ces traitements présentent les mêmes avantages au plan pécuniaire.

Nous ne pouvons non plus admettre qu'un "*Anachronismus*" s'est produit dans ces calculs, ainsi que le voudrait von GEHREN. On considère simplement les choses comme elles sont. Si le sol est nu, on étudie grâce à une des estimations du revenu ci-dessus, rien d'autre que les avantages que présente tel ou tel mode de gestion — sans que pour autant on soit tenu d'attribuer au sol une partie de la valeur du futur capital ligneux. La valeur économique d'un tel sol ne peut lui être accordée que lorsqu'il portera effectivement un peuplement. De même, selon nos démonstrations, aucune valeur particulière ne doit être ajoutée à celle qui a été calculée pour tenir compte du passage des revenus périodiques au revenu soutenu. La différence entre la valeur du sol dans le cas du revenu soutenu (16 190 Pf selon von GEHREN) et dans celui des revenus périodiques (6 248 Pf) soit 9 902 Pf (27,5 Th/r en chiffre rond) que von GEHREN ramène de 80 ans au moment actuel et considère alors comme une valeur du sol traduisant une certaine amélioration, n'est en réalité rien d'autre que la valeur économique du capital ligneux nécessaire à l'obtention du revenu soutenu, puisque l'on a : $W - B = H$. Si, en revanche, on considère la chose sous un angle autre que celui sous lequel s'est placé von GEHREN, on peut arriver à ce qu'en apparence, on doive, pour le traitement à revenus périodiques, en arriver à diminuer le capital sur pied et non à l'augmenter. Cette illusion s'évanouit si l'on examine de plus près la réalité des choses.

Si l'on compare, en effet, les volumes de bois sur pied tout au long d'une révolution dans les deux modes de gestion, ils sont strictement équivalents en valeurs absolues. Imaginons en effet "*u*" acres (*u* = révolution) constituant un peuplement présentant la suite normale des classes d'âge ; cette surface porte, pour toutes les années de la révolution, des peuplements qui ont les âges ci-après :

Année1 :	Peuplements âgés de :	0 an +1 an + ...+ (u-2) ans + (u-1) ans
Année 2 :	-	0 an +1 an + ...+ (u-2) ans + (u-1) ans
⋮		⋮
Année u - 1 :		0 an +1 an + ...+ (u-2) ans + (u-1) ans
Année u		0 an +1 an + ...+ (u-2) ans + (u-1) ans

Si nous additionnons les colonnes de ce tableau d'ensemble on obtient le volume sur pied au cours d'une révolution :

u x 0 ans + *u* x 1 an + *u* x 2 ans + ...+ *u* (*u*-2) années + *u* (*u* -1) années

Une même surface de *u* acres, couverte d'un peuplement à revenus périodiques se présentera comme suit, tout au long de la révolution :

1ère année	-	Surface *u* avec peuplement de 0 an
2ème année	-	Surface *u* avec peuplement de 1 an
3ème année	-	Surface *u* avec peuplement de 2 ans
(*u* - 1) année	-	Surface *u* avec peuplement de (*n* - 2) ans
u année	-	Surface *u* avec peuplement de (*n* - 1) an

En additionnant ces lignes, on obtient le volume sur pied au cours de la révolution u x 0 an + u x 1 an + u x 2 ans + ... + u (u-2) ans + u (u -1) ans, c'est à dire exactement comme dans le cas du rendement soutenu.

La comparaison des deux modalités de traitement aboutit à ce qui suit. Dans le traitement à revenu soutenu, on obtient la valeur de la forêt en capitalisant son revenu net, de laquelle doit venir en diminution, pour déterminer la valeur du sol, la valeur économique du peuplement qui reste toujours constante. Le cas est tout à fait identique pour le traitement à revenus périodiques quand un peuplement existe ; $W - H$ donne ici encore la valeur du sol. En revanche, si dans le premier cas, on part d'un terrain nu, alors $H = 0$ et la capitalisation du revenu net donne la seule valeur du sol. Sur ce point, la manière de calculer ne présente pas de différences liées à la modalité du traitement. Ce n'est que pour le traitement assurant le revenu soutenu que la valeur du peuplement a bien le caractère d'un capital, puisqu'il demeure constant quel que soit l'année ; qu'il en soit ainsi ne justifie en rien qu'il possède une valeur autre que sa valeur économique. Cette valeur de peuplement a déjà été tirée, dans le cas du traitement à revenus périodiques, à l'occasion du calcul de B, mais non sous la forme d'un capital car sa valeur alors ne reste pas au même niveau d'année en année ; par rapport au traitement à revenu constant, elle est plus faible dans la première moitié de la révolution, plus forte dans la seconde. Dans le cas des revenus périodiques, le volume sur pied ne doit pas être considéré comme un capital particulier.

Appréhendons encore la question sous un autre aspect. Si l'on part en effet de la valeur du sol nu dans le cas des revenus périodiques, tous les revenus nets de la forêt apparaissent uniquement comme une production du sol ; aucun capital autre que celui qui correspond à la valeur de ce sol n'est investi dans cette spéculation forestière ; cette valeur est liée aux recettes nettes propres à chaque forêt puisqu'elle est obtenue en les capitalisant. Par suite, les valeurs économiques des peuplements qui se succèdent les uns aux autres doivent être considérées comme des intérêts produits par le capital-sol. Mais si maintenant on voulait prendre en compte, dans le cas d'un sol nu au départ, toutes les valeurs des peuplements dont les âges s'étagent d'années en années en tant que capital, ce serait absurde ; aussi absurde que si quelqu'un qui a prêté une somme d'argent avec possibilité de la récupérer à la fin de toute année, grossie des intérêts composés mais qui a laissé courir pendant 80 ans, pouvait alors dire qu'il fait fructifier ainsi un capital égal à la somme des intérêts de son capital initial, tombés pendant 79 années. En réalité, ces intérêts sont les purs produits du capital et, selon les conceptions en ce domaine, le prêteur est complètement indemnisé, principal et dépens, en récupérant son capital à la 80ème année du prêt et avec les intérêts composés pendant ces 80 ans. Il en est de même pour un propriétaire forestier à la fin d'une révolution — de 80 ans par exemple — qui se retrouve, sous forme du sol à nouveau nu, avec son capital initial dont les intérêts ont été représentés par les recettes nettes provenant des éclaircies et de la coupe définitive.

Dans le cas du traitement à revenus périodiques, les revenus nets de la forêt apparaissent, pour leur totalité, comme des intérêts du capital-sol. Leur capitalisation donne directement, et sans rien y ajouter, la valeur du sol.

HUNDESHAGEN dit, à la page 255 de son traité d'estimation des forêts de 1826, que la perte d'intérêts liée à la rentrée périodique des recettes dans un traitement à revenus non soutenus, représente les intérêts du "capital-matériel" dans le traitement à revenus soutenus ; de ce fait, la capitalisation de cette perte d'intérêt est égale au "capital-matériel". On peut facilement vérifier, par le calcul, l'exactitude de cette affirmation et on acquiert ainsi la preuve que dans le calcul de *B* rien d'autre ne doit entrer en ligne de compte que ce qui a été exposé ; en effet, toute diminution des intérêts se répercute immédiatement sur la valeur obtenue.

Jusqu'à maintenant, nos réflexions ont porté sur une surface qui constituait en elle-même une unité de gestion ; examinons aussi le cas où elle ne constitue plus qu'une partie d'une telle unité.

Un coupon "annuel" d'une unité de gestion ne peut avoir une valeur supérieure à la somme de la valeur du sol et de la valeur du peuplement qui ont été trouvées dans le cas du traitement à revenus périodiques, car chaque coupon ne fournit effectivement que des recettes périodiques, qui contribuent, selon leurs niveaux, au revenu soutenu. Si un propriétaire forestier aliène un tel coupon, il obtient alors de son capital-argent des recettes identiques à celles que lui aurait procuré le peuplement forestier pendant la même période. Si ce même propriétaire acquiert une surface boisée, qui justement manquait à son unité de gestion, c'est le contraire qui se produit, c'est à dire qu'il tire maintenant une rente de ce peuplement, alors qu'antérieurement il l'obtenait du capital-argent qu'il vient d'aliéner à cet effet. Ce qui est dit ici pour un coupon "annuel" entier vaut également pour une de ses parties. Par conséquent, il est faux, comme le font von GEHREN et d'autres, d'attribuer à une telle surface une valeur supérieure à celle qu'elle possède dans le cas des revenus périodiques.Un suppément de valeur est d'autant moins justifié que cette surface, qu'elle soit nue ou boisée, doit être à une unité de gestion existante, complète et normale. Certes nous savons fort bien que certains rédacteurs d'aménagements soutiennent que l'on pourrait, même si la parcelle à incorporer à l'unité de gestion est dénudée, tenir compte immédiatement et sans délai des accroissements futurs de la récolte dans le capital sur pied de l'unité de gestion. Cela admis, ils en tirent la conclusion que la valeur de cette surface ainsi incorporée, est égale à la capitalisation du revenu annuel qui correspond aux recettes de la coupe principale et des éclaircies ; en conséquence la perte de revenus la plus importante serait celle qui est entraînée par la perception périodique des rentrées dans le cas du traitement à revenus non soutenus. Mais cette assertion et les conclusions qui en sont tirées sont fausses. Elle n'apparaît exacte que si les surfaces nues à incorporer sont tout à fait minimes, et, dans ce cas, uniquement parce que l'erreur commise devient imperceptible. En revanche, au plan des principes elle est fausse en toutes circonstances ; que l'on pense simplement, par exemple, que la surface à incorporer et celle de l'unité de gestion soient identiques et que l'on calcule les résultats financiers qui sont équivalents à l'augmentation de la récolte sur cette surface doublée, compte tenu du volume sur pied antérieur, de son accroissement et du vide incorporé : on verra alors qu'on ne pourra arriver à un nouvel équilibre au bout d'une seule révolution ; au début de la seconde révolution le volume moyen sur pied sera encore inférieur à ce qu'il était au début de la première. Et il ne peut en être autrement car les peuplements n'auront pas tous atteints l'âge d'exploitabilité fixé ; le revenu soutenu provenant du volume actuellement sur pied doit être diminué car pour qu'il se soit maintenu à son niveau antérieur il eut fallu des rentrées d'argent supérieures à celles issues des accroissements réels. C'est pourquoi on doit aussi tenir pour fausse l'hypothèse selon laquelle une valeur plus élevée devrait être accordée à la surface incorporée. En revanche, nous pouvons démontrer qu'elle a même une valeur plus faible que celle qui correspond au traitement à revenus périodiques. En effet, si l'unité de gestion, dans son état actuel, comprend la série normale des classes d'âge, la surface à couper à blanc chaque année augmentera à la suite de l'incorporation d'une certaine surface de forêt. Ainsi seul le coupon le plus âgé sera exploité en totalité à l'âge de la révolution ; tous les autres le seront à un âge moindre, en tout ou en partie ; quant à la parcelle incorporée, elle sera exploitée pour la première fois à l'âge de la révolution si sa surface est égale ou inférieure à celle d'un coupon, à un âge plus faible si elle est supérieure. Si l'unité de gestion était normale et la durée de révolution la plus avantageuse, l'abaissement de l'âge auquel on exploite conduit à une valeur de consommation moindre que celle qui aurait été obtenue en gérant indépendamment l'unité initiale et la parcelle supplémentaire. La remise en ordre de la forêt est responsable de ce déficit et celui-ci doit donc venir en déduction de la valeur de la parcelle incorporée telle qu'elle a été calculée dans le cas des revenus périodiques, et qui, par conséquent, n'avait pas été surestimée.

Enfin si l'unité de gestion et la parcelle qui doit y être incorporée ne portent aucun peuplement, il est encore bien moins justifié d'accorder à cette parcelle une valeur plus élevée ainsi que le fait von GEHREN. Dans ce cas il n'y a aucune raison de considérer les deux surfaces séparément ; ensemble, elles constituent bien une surface encore nue qui est à aménager en tant qu'unité de gestion, et c'est alors là un exemple de situations où l'on doit parler d'unités de gestion réellement autonomes.

Par ce qui précède, nous avons montré comment devait être calculée la valeur, en économie forestière, du sol et du peuplement ; nous avons trouvé aussi de nombreuses règles et établi les bases pour d'autres, plus nombreuses encore. Nous soumettons la méthode utilisée et les résultats trouvés à l'appréciation des spécialistes et demandons surtout à Mr von GEHREN, qui a une formation mathématique approfondie de réfuter ce qui ne reçoit pas son assentiment.

Parmi ce que nous avons découvert, nous insisterons surtout sur ceci :

La valeur d'un sol, selon l'économie forestière, demeure inchangée, qu'on la calcule pour des revenus périodiques ou un revenu soutenu, un capital sur pied normal ou anormal, pour une surface considérée en elle-même ou comme faisant d'un tout.

Darmstadt, octobre 1849

M. FAUSTMANN