Chapitre

III. Les principes de l'estimation de la valeur des forêts

L e s   c o m p l é m e n t s   u t i l e s

« On ne doit pas calculet la valeur des [peuplements qui ne sont pas encore exploitables] à partir du prix de vente de leur volume actuel de bois, mais par la valeur qui résulte de leur récolte à l'exploitabilité... L'intérêt pratique de ce calcul est facile à voir. A partir de lui, on obtient l'information nécessaire sur la valeur forestière dans les cas tels que les ventes volontaires ou forcées (expropriations), la destruction des forêts par le feu, les insectes, l'homme, etc ... »

Martin FAUSTMANN[1]

[1] Martin FAUSTMANN, 1849, *Allgemeine Forst- und Jagd- Zeitung*, pages 441 à 455

Les formules annuelles (relation annuelle de récurrence) ont été présentées de façon intuitive au chapitre I. Leur validité ne peut être assurée qu'à condition qu'elles soient en conformité avec la théorie économique de la valeur telle que l'a formulée Faustmann au XIX^{ème} siècle.

Aussi la valeur fondamentale d'un bien, après avoir été définie, sera appliquée à la forêt ; la relative complexité des formules globales de la valeur d'une forêt invite à les présenter dans un premier temps dans le cas d'une forêt fictive simple (une dépense $D_{(0)}$ et une recette $R_{(r)}$) qui permettra de mieux comprendre ensuite l'origine des formules de fonds et de la valeur en bloc dans un cas réel.

Cette théorie permettra alors de vérifier la validité des formules annuelles et d'ouvrir une discussion à propos d'autres formules couramment utilisées mais pouvant conduire à des erreurs (valeur d'attente et prix de revient).

Ce chapitre ne saurait s'achever sans une promenade historique à la rencontre des auteurs qui depuis plus de deux siècles ont forgé la discipline de l'estimation forestière et sans lesquels cet ouvrage n'aurai pu voir le jour.

III.1. La valeur fondamentale

Si on excepte des biens particuliers tels que les oeuvres d'art, la valeur d'un bien est dépendante de l'utilité qu'apporte ce bien à son propriétaire. En terme financier, cette affirmation signifie que la valeur d'un bien résulte des revenus qu'il apportera à son propriétaire ; chacun s'accordera à reconnaître qu'il existe une relation entre la valeur d'un logement et le loyer que le propriétaire est susceptible d'en demander pour sa location.

Pour illustrer ce propos, imaginons un ticket qui serait échangeable immédiatement contre la somme de 1F ; la valeur de ce ticket est de 1F.

Si la possession d'un ticket permet à son propriétaire de recevoir la somme de 1F chaque année, la valeur de ce ticket est, en vertu du principe de l'actualisation :

$$1F \quad + \quad \frac{1}{1+r}F \quad + \quad \frac{1}{(1+r)^2}F \quad + \quad .. \quad + \quad \frac{1}{(1+r)^i}F \quad + \quad ..$$

(reçu cette année)	(reçu dans 1 an)	(reçu dans 2 ans)	(reçu dans i années)

Cette suite s'étalant jusqu'à l'infini, chacun des termes est inférieur à celui qui le précède pour tendre vers 0 à l'infini.

En appliquant ce principe à un bien qui occasionnerait des dépenses ($D_{(0)}$, $D_{(1)}$, $D_{(2)}$, ... $D_{(i)}$, ...) et recettes ($R_{(0)}$, $R_{(1)}$, $R_{(2)}$, ... $R_{(i)}$, ...) de l’année 0 jusqu'à une année située à l’infini, on peut écrire :

$$valeur = R_{(0)} - D_{(0)} + \frac{R_{(1)} - D_{(1)}}{1+r} + \frac{R_{(2)} - D_{(2)}}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{R_{(i)} - D_{(i)}}{(1+r)^i} + \cdots$$

Convention d'écriture

Convention d'écriture : Somme

Afin d'alléger l'écriture de la somme d'une suite de termes, il est habituel d'utiliser le symbole mathématique $\sum$ de la façon suivante :

$$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_i + \cdots a_n = \sum_{i=0}^{n} a_i$$

Cela signifie que l'on somme une suite de termes dont l'indice varie de i=0 à i=n.

Ainsi la valeur d'un bien peut s'écrire :

$$\text{valeur} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_i - D_i}{(1+r)^i} \qquad (\infty : \text{infini})$$

Définition

Valeur fondamentale :

La valeur fondamentale d'un bien est la somme des revenus nets actualisés $\frac{R_i - D_i}{(1+r)^i}$ que ce bien apportera à son propriétaire :

$$\text{Valeur fondamentale} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_i - D_i}{(1+r)^i}$$

III.2. Application à la forêt dans un cas simple

D'un point de vue financier, la forêt se résume à un investissement caractérisé par des dépenses occasionnelles dans les premières années du peuplement, des recettes occasionnelles ensuite[1] et des dépenses et recettes annuelles.

En ne considérant qu'une dépense à l'année 0 ($D_{(0)}$) et une recette à l'année n ($R_{(n)}$), le flux des recettes et des dépenses s'étendant à l'infini répond à ce schéma :

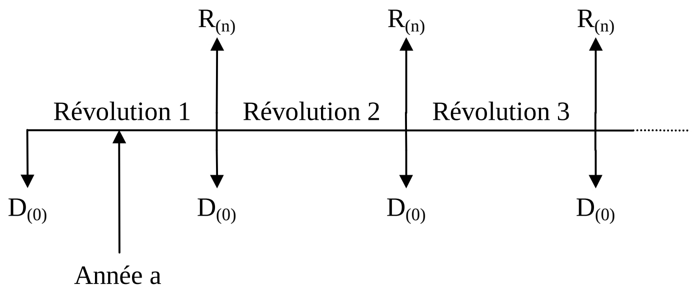


Figure III-1

Etalement des recettes et dépenses s'étendant à l'infini dans un cas forestier simple

[1] Avec un chevauchement éventuel (élagage après première «éclaircie par exemple)

Valeur en bloc à l'année a

La valeur de la forêt à l'année a est la somme actualisée des dépenses et recettes futures s'étendant à l'infini soit :

$$V_{(a)} = \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{n-a}} + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{2n-a}} + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{3n-a}} + ...$$

$$V_{(a)} = \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{n-a}} \left(\frac{1}{(1+r)^n} + \frac{1}{(1+r)^{2n}} + ... \right)$$

Le terme entre parenthèses constituant la somme d'une suite infinie de premier terme 1 et de raison $\frac{1}{(1+r)^n}$ (raison inférieure à 1).

√ Maths

√ Somme des termes d'une suite géométrique

Une suite géométrique se présente ainsi :

a, aq, aq^2, ..., aq^i, ... aq^n

avec a premier terme

q la raison

La somme des termes de cette suite est : $S_n = a\frac{q^{n+1} - 1}{q-1}$

si la raison q est inférieure à 1 et la suite infinie (n=∞) :

$$S_n = a\frac{1}{q-1}$$

Ainsi $V_{(a)} = \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{n-a}} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} \right)$

$$V_{(a)} = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} \frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

$$V_{(a)} = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^n - 1}(1+r)^a$$

Formule simplifiée de la valeur en bloc

qui nous donne la valeur de la forêt à tout âge ; son évolution se présente ainsi :

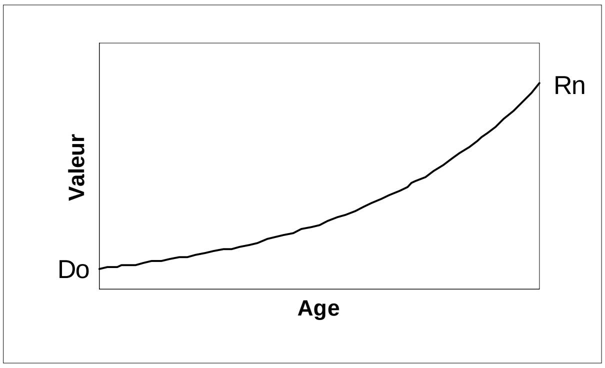


Figure III-2

Evolution de la valeur en bloc au cours du temps dans un cas forestier simple.

On remarque que la valeur initiale de la forêt est égale à l'investissement initial (appelé ici $D_{(0)}$). A la récolte finale, la valeur de la forêt est égale à la recette finale ($R_{(n)}$). Entre les deux, la courbe figurant la valeur prend une allure exponentielle due à l'actualisation.

Valeur à l'année 0 avant la première dépense $D_{(0)}$

Avant la dépense initiale $D_{(0)}$, la valeur de la forêt est égale au fonds.

D'après la figure, les dépenses et recettes actualisées se somment ainsi :

$$V_{(0)} = F = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n} + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{2n}} + ...$$

$$= -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n}\left(1 + \frac{1}{(1+r)^n} + \frac{1}{(1+r)^{2n}} + ...\right)$$

$$= -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}$$

$$= -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1}$$

$$F = \frac{R_n - (1+r)^n D_0}{(1+r)^n - 1}$$ Formule simplifiée du fonds

Cette formule peut également s'écrire ainsi :

$$\left(D_{(0)} + F\right).(1+r)^n = R_{(n)} + F$$

dans laquelle on reconnaît le capital initial $D_{(0)}$+F qui, placé à un taux r, rapporte $R_{(n)}$+F au bout de n années.

Ces deux formules (formule simplifiée de la valeur en bloc et formule simplifiée du fonds) mettent en relation les trois inconnus que sont F, r et $V_{(a)}$.

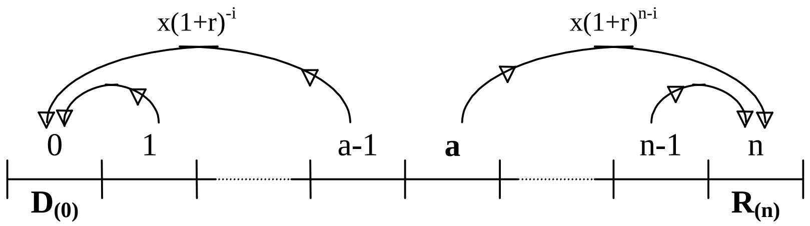
La valeur de la forêt ($V_{(a)}$) étant généralement l'inconnue recherchée, il convient de fixer soit r, soit F pour que les deux autres inconnues soient déterminées ce qui est conforme à ce même principe découvert par l'élaboration des formules annuelles (chapitre I).

III.3. Application à la forêt dans un cas réel

Le cas réel forestier est cependant plus complexe qu'un investissement unique $F+D_{(0)}$ produisant un revenu $F+R_{(n)}$. De l'année 1 à l'année n-1 s'étalent en effet une multitude de recettes et de dépenses dont il faut évidemment tenir compte.

Il s'agit donc d'intégrer l'ensemble de ces dépenses et recettes intermédiaires dans $D_{(0)}$ et $R_{(n)}$.

Il apparaît raisonnable de considérer toutes les dépenses nettes ($D_{(i)} - R_{(i)}$) réalisés avant l'année en cours (a) comme des investissements, donc intégrables dans $D_{(0)}$. De même l'ensemble des recettes nettes (($R_{(i)} - D_{(i)}$) attendues de l'année a à l'année n peuvent être intégrées dans $R_{(n)}$[1] :



Ainsi en vertu du principe de l'actualisation :

$$D_{(0)} = \sum_{i=0}^{a-1} (R_i - D_i)(1+r)^i$$

$$R_{(n)} = \sum_{i=a}^{n} (R_i - D_i)(1+r)^{n-i}$$

En remplaçant $D_{(0)}$ et $R_{(n)}$ dans la formule simplifiée de la valeur en bloc, on peut écrire :

[1] On recherche $V_{(a)}$, valeur avant dépenses et recettes de l'année a. Si on cerchait $V'_{(a)}$, valeur après recettes et dépenses et recettes de l'année a, ces dépenses et recettes de l'année a auraient été intégrées dans $D_{(0)}$.

$$V_{(a)} = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^n - 1}(1+r)^a$$

$$V_{(a)} = \frac{\sum_{i=a}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{n-i} + \sum_{i=0}^{a-1}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{-i}}{(1+r)^n - 1}(1+r)^a$$

$$V_{(a)} = \frac{\sum_{i=a}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{n+a-i} + \sum_{i=0}^{a-1}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{a-i}}{(1+r)^n - 1}$$

formule globale de la valeur en bloc

Cette formule, valable pour a allant de 0 à n, calcule la valeur de la forêt avant dépenses et recettes de l'année a. Elle nous permet, pour a=0, de trouver l'expression de la valeur du fonds.

$$F = V_{(0)} = \frac{\sum_{i=0}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{n-i}}{(1+r)^n - 1}$$ formule globale de la valeur du fonds

Publiée en 1849 par l'allemand Martin Faustmann, cette formule a gardé le nom de son concepteur (formule de fonds de Faustmann).

Elle permet, connaissant r (et toutes les dépenses et recettes déterminées par la sylviculture et les conditions commerciales) de calculer la valeur du fonds (ou inversement : connaissant F, elle permet de calculer r), puis d'introduire le taux r dans la formule globale de la valeur à bloc pour calculer la valeur de la forêt.

Nous retrouvons ici le principe, maintenant bien connu, du système de deux équations (valeur de fonds et valeur en bloc) à trois inconnues (r, F et $V_{(a)}$) que l'on ne peut résoudre qu'en fixant soit r, soit F.

La valeur de la superficie s'obtient en retranchant la valeur du fonds à la valeur en bloc ; certains auteurs ont cherché une formule exprimant la superficie en fonction des dépenses et recettes ($D_{(i)}$, $R_{(i)}$) et du taux r. La complexité de cette formule (dite de Vinçonneau) rend difficile sa mémorisation et son utilisation n'améliore nullement les procédures de calcul. Aussi nous avons préféré retenir comme formule de la superficie :

$$S_{(a)}=V_{(a)}-F$$

La valeur de la superficie étant obtenue après calcul de la valeur en bloc et de la valeur du fonds.

III.4. Des formules globales aux formules annuelles

Jusqu'alors les formules utilisées pour calculer la valeur d'une forêt étaient globales et permettaient de regrouper en deux équations l'ensemble des termes qui interviennent dans la valeur ($D_{(i)}$, $R_{(i)}$, F, r). Cette méthode de calcul paraît plus simple que l'emploi de formules annuelles qui comporte autant d'équations que d'années de révolution. Cependant, la lourdeur des calculs étant maintenant rendue dérisoire par l'informatique, les formules annuelles sont plus simples à mettre en oeuvre et sont plus facilement mémorisables par l'utilisateur.

Aussi est-il indispensable de vérifier si ces formules annuelles sont compatibles avec la théorie économique, c'est à dire les formules globales. Pour cela, nous allons chercher à exprimer la valeur d'une année sur l'autre par la formule globale de la valeur en bloc afin de retrouver la relation annuelle de récurrence :

$$V_{(a+1)} = (1+r)(V_{(a)} + D_{(a)} - R_{(a)})$$

La valeur en bloc à l'année a + 1 est :

$$V_{(a+1)} = \frac{\sum_{i=0}^{a}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{a+1-i} + \sum_{i=a+1}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{n+a+1-i}}{(1+r)^n - 1}$$

Il s'agit d'extraire de cette relation les termes $\sum_{i=0}^{a-1}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{a-i}$ et $\sum_{i=a}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{n+a-i}$ composant la valeur $V_{(a)}$; retrouvons tout d'abord les principes a-i et n+a-i :

$$V_{(a+1)} = (1+r)\left(\frac{\sum_{i=0}^{a}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{a-i} + \sum_{i=a+1}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)\times(1+r)^{n+a-i}}{(1+r)^n - 1}\right)$$

puis extrayons les termes de $V_{(a)}$:

$$V_{(a+1)} = (1+r)\left[\frac{\sum_{i=0}^{a-1}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)(1+r)^{a-i} + \left(R_{(a)} - D_{(a)}\right) + \sum_{a}^{n}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)(1+r)^{n+a-i} - \left(R_{(a)} - D_{(a)}\right)(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}\right]$$

$$V_{(a+1)} = (1+r)\left[\frac{\sum_{i=0}^{a-1}\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)(1+r)^{a-i} + \Sigma\left(R_{(i)} - D_{(i)}\right)(1+r)^{n+a-i}}{(1+r)^n - 1} + \frac{\left(R_{(a)} - D_{(a)}\right)\left(1 - (1+r)^n\right)}{(1+r)^n - 1}\right]$$

Formulation dans laquelle on reconnaît $V_{(a)}$.

$V_{(a+1)}=(1+r)(V_{(a)}-R_{(a)}+D_{(a)})$ qui est la relation annuelle de récurrence présentée au chapitre I.

Ainsi la valeur peut être calculée à l'aide des formules globales ou des formules annuelles au gré de l'utilisateur. Cependant certains points militent en faveur de la formule annuelle :

- L'outil informatique étant maintenant incontournable, la formule annuelle est plus simple à mettre en oeuvre dans un tableau (voir chapitre II) pour un utilisateur non confirmé.
- L'expression simple des formules annuelles évite les erreurs de formulation qui sont probables dans le cas des formules globales.
- Les formules annuelles sont simples à mémoriser par l'utilisateur car ne faisant intervenir aucun calcul mathématique complexe et répondant à une logique simple d'augmentation ou de diminution de la valeur respectivement par investissement ou désinvestissement.

III.5. Valeur d'attente et prix de revient : les erreurs liées à leur utilisation

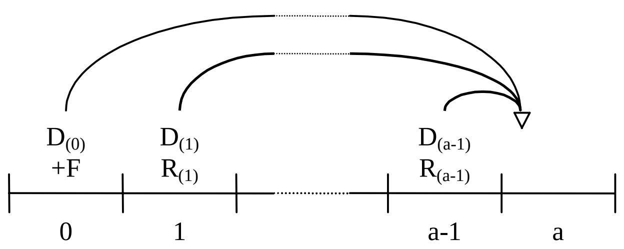
Le calcul de la valeur des forêts étant réduit à un système de deux équations (fonds et valeur en bloc) à trois inconnues (F, r et $V_{(a)}$), il convient de choisir une valeur pour <u>une seule inconnue</u> pour que les deux autres soient connues. Toute autre méthode ne serait pas en concordance avec les principes exposés jusqu'alors.

Pourtant certaines formules utilisées ne satisfont pas à cette expérience car nécessitent de fixer le taux r <u>et</u> la valeur du fonds ; ces formules sont :

- la valeur au prix de revient qui procède par capitalisation des dépenses nettes de 0 à a
- la valeur d'attente qui escompte les revenus nets de a à n.

La valeur au prix de revient

La valeur au prix de revient l'année a (avant dépenses et recettes de l'année a) s'obtient en capitalisant les investissements nets (dépenses-recettes) effectués par le passé :



$$V_{(a)pr} = F(1+r)^a + \left(D_{(0)} - R_{(0)}\right)(1+r)^a + \left(D_{(1)} - R_{(1)}\right)(1+r)^{a-1} + \ldots + \left(D_{(a-1)} - R_{(a-1)}\right)(1+r)$$

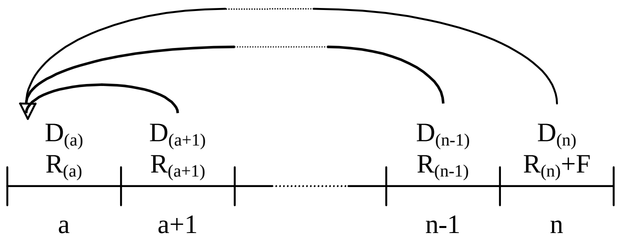
où F est considéré comme un investissement à l'âge 0.

$$V_{(a)pr} = F(1+r)^a + \sum_{i=0}^{a-1}\left(D_{(i)} - R_{(i)}\right)(1+r)^{a-i}$$

La valeur l'année a dépend donc des deux paramètres F et r qu'il faut fixer.

La valeur d'attente

A contrario, la valeur d'attente à l'année a ne s'intéresse qu'aux revenus nets (recettes-dépenses) escomptés de l'année a à l'année n :



$$V_{(a)pr} = \left(R_{(a)} - D_{(a)}\right) + \left(R_{(a+1)} - D_{(a+1)}\right)(1+r)^{-1} + \ldots + \left(R_{(0)} - D_{(0)}\right)(1+r)^{a-n} + F(1+r)^{a-n}$$

où F est considéré comme une recette à l'année n.

Il convient ici de fixer F et r.

Exemple : Dans le cas de la parcelle 1 du Bois de la Butte, fixons F=5 000F et r = 2% calculons les deux valeurs pour a = 50 ans et n = 120 ans.

Le calcul de la valeur par les deux formules fournit les résultats suivants :

Valeur d'attente = 42 362 F/ha

Alors que les valeurs de fonds (5 000F/ha) et de taux (2%) paraissent raisonnables , la différence constatée entre la valeur d'attente et la valeur au prix de revient est importante (environ 11 000F/ha) et inacceptable pour l'expert.

En comparant ces résultats à la valeur calculée en fixant la valeur du fonds à 5 000F et en utilisant le taux interne de rentabilité calculé de 1,76%, il apparait que l'écart entre le prix de revient et la valeur en bloc est d'autant plus faible que l'on se situe proche de l'origine (année 0) . D'autre part la valeur d'attente se confond à la valeur en bloc pour a = n.

Ainsi, la valeur au prix de revient est fréquemment utilisée pour de jeunes peuplements alors que la valeur d'attente s'accorde plutôt aux vieux peuplements.

Cependant, il est notoire que chacun peut par l'une de ces deux formules attribuer à la forêt une valeur prédéterminée par le simple jeu du choix de F et r. Aussi l'utilisation de telles pratiques doit être bannie des expertises forestières au profit des formules du fonds et de la valeur en bloc.

Une pratique peut cependant utiliser prix de revient et valeur d'attente (voir chapitre I) en recherchant l'égalité de ces deux valeurs : différents écrits évoquent cette égalité sous le vocable d'équation statique ; une démonstration simple montrerait qu'elle n'est autre qu'une présentation différente de la formule du fonds de Faustmann.