

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE  
LABORATOIRE D'ÉNERGÉTIQUE ET DE MÉCANIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE  
ÉCOLE NATIONALE DU GÉNIE RURAL, DES EAUX ET FORÊTS

---

**RAPPORT DE D. E. A.**  
**SCIENCES DU BOIS**

**Meriem FOURNIER**

**ÉTAT MÉCANIQUE D'UNE LAME DE SCIE A RUBAN STATIQUE  
TENDUE SUR SES VOLANTS**

---

*Soutenu le 7 octobre 1987*

**JURY**

*Président : C. SALES*

*Examineurs : D. GUITARD*

*R. KELLER*

ÉCOLE NATIONALE  
du GÉNIE RURAL des EAUX et des FORÊTS  
BIBLIOTHÈQUE de NANCY

38.314

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE  
LABORATOIRE D'ÉNERGÉTIQUE ET DE MÉCANIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE  
ÉCOLE NATIONALE DU GÉNIE RURAL, DES EAUX ET FORÊTS

---

**RAPPORT DE D. E. A.**  
**SCIENCES DU BOIS**

**Meriem FOURNIER**

**ÉTAT MÉCANIQUE D'UNE LAME DE SCIE A RUBAN STATIQUE  
TENDUE SUR SES VOLANTS**

---

*Soutenu le 7 octobre 1987*

**JURY**

*Président : C. SALES*

*Examineurs : D. GUITARD*

*R. KELLER*

38.314

Ce document représente mon rapport de stage de D.E.A. en Sciences du Bois, ainsi que mon thème personnel dans le cadre de ma deuxième année à l'E.N.G.R.E.F. (Option F.C.P.R. Forêt-Bois)

Il est le fruit d'un travail au Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (C.N.R.S. U.A. 875, E.N.S.E.M. Nancy), d'une collaboration avec la Division Physique et Mécanique du Centre Technique Forestier Tropical de Nogent sur Marne qui a proposé le sujet, et d'un séjour en Amérique du Nord dans quatre laboratoires (projet à l'étranger, E.N.G.R.E.F.)

Lorsqu'on finit de rédiger, on oublie les doutes et les tensions pour se souvenir uniquement que l'on a compris, appris, et essayé de créer et heureusement pas tout seul!!! les remerciements ne viennent alors pas simplement consacrer une habitude.

Ma première pensée est pour André Chardin, j'aurais aimé le connaître plus et de venir son élève.

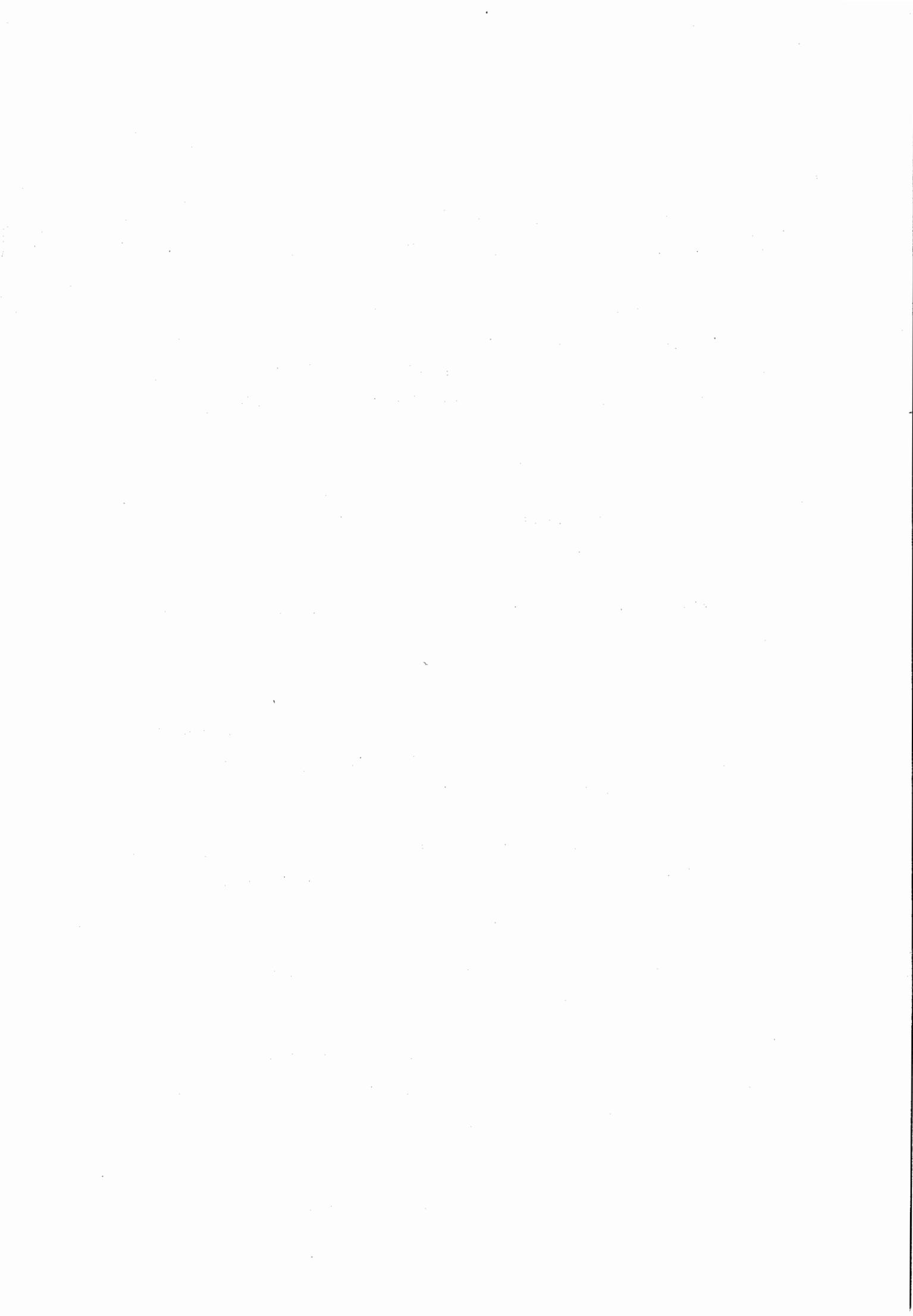
Toute ma reconnaissance va ensuite à D. Guitard qui m'a accueillie dans son équipe avec toutes ses qualités d'ingénieur, d'enseignant et de chercheur, et à C. Sales qui a orienté mes recherches en spécialiste tout en laissant mûrir mes propres points de vue. Naturellement, si ce rapport contient des "âneries", elles sont mon œuvre exclusive!

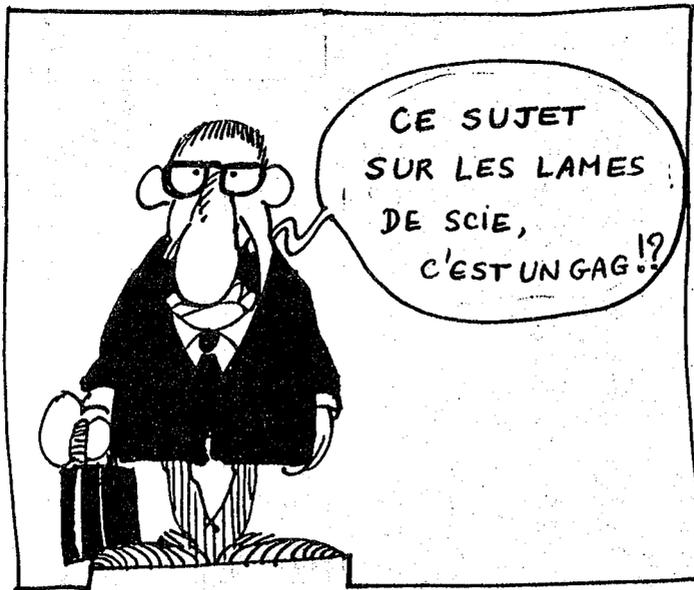
D. Garin et moi avons travaillé "en parallèle", en essayant de partager les doutes et les découvertes. Qu'il soit vivement remercié surtout pour la qualité de ses résultats expérimentaux.

Je remercie également R. Pochat, R. Keller, J. P. Troy et J. Milton qui m'ont permis de mettre au point et d'accomplir ce projet dans le cadre de mes études à l'E.N.G.R.E.F.

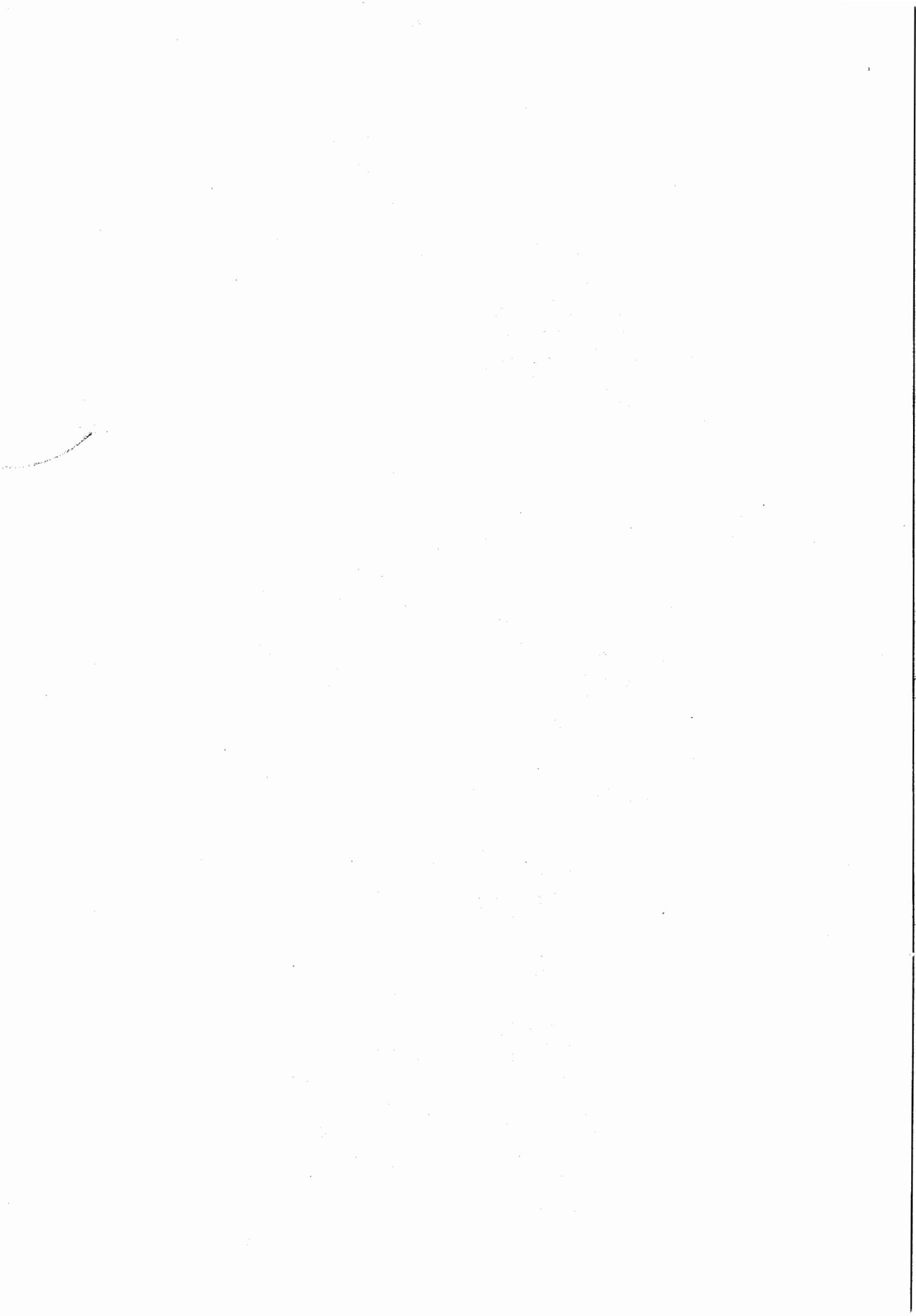
Merci aussi à mes collègues américains de la "Wood Machining family", R. Szymani, D. Mote, B. Yang, E. Kirbach, J. Taylor et B. Lehmann qui m'ont communiqué leur expérience et leur goût des problèmes technologiques, et à tous ceux que je côtoie chaque jour à l'E.N.S.E.M. et qui me supportent avec tant d'amitié et de patience.

Et merci à Macintosh!





Dessins de Binet (Forum - Fluide Glacial)  
avec un clin d'œil à Grace et John de Vancouver



## RESUME

Le comportement mécanique des lames de scies à ruban donne lieu à plusieurs classes de problèmes : fatigue, vibrations, déversement ...

Le problème des déplacements du ruban sur ses volants est déterminant pour la qualité du sciage et n' a fait l'objet que de peu d'études, surtout en ce qui concerne l'influence du tensionnage et du bombé des jantes, question pourtant fondamentale puisque l'objectif des deux opérations est justement d'assurer une meilleure tenue sur les poulies.

L'état mécanique du ruban sur les volants est mal connu et ne se déduit pas de celui du brin libre par simple continuité, nous nous proposons donc de décrire l'état des contraintes dans un ruban statique, tensionné ou non, tendu sur des poulies bombées ou non.

Partant d'un état initial original - lame simplement fléchie sur ses poulies non contrainte mais avec un "jour" à résorber pour être appliquée sur la jante - un calcul analytique par la théorie classique des coques minces cylindriques élastiques met en évidence:

- des distributions paraboliques d'efforts linéiques de tension dans la largeur de la lame dans le cas de profils symétriques
- une action de contact locale (densité surfacique) de la jante proportionnelle à l'effort de tension dans la lame.

La tension minimum pour appliquer la lame compte tenu d'un jour donné est également calculée.

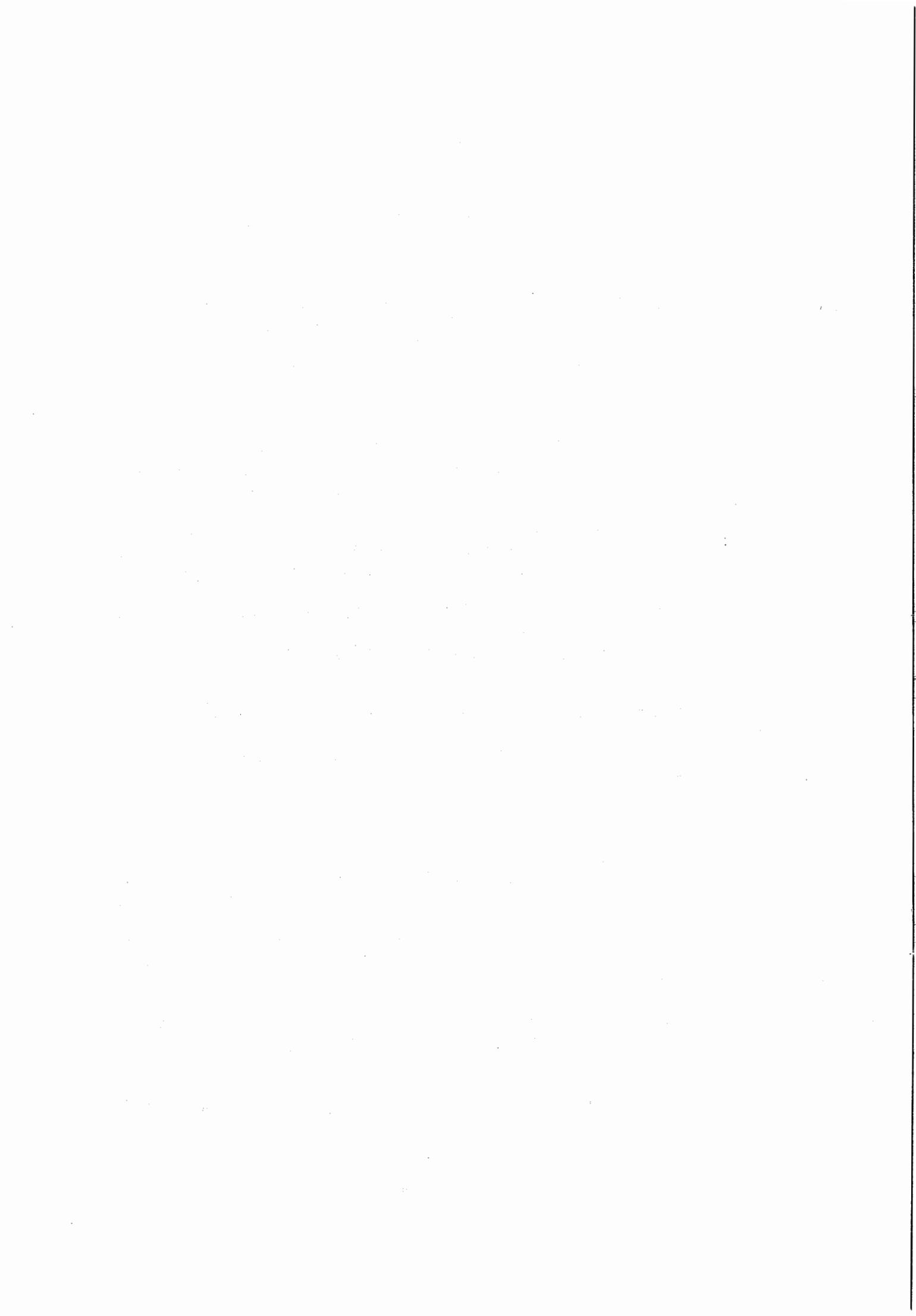
Le cas d'un profil dissymétrique est envisagé. Des propositions sont faites pour des études hors équilibre.

Dès lors , il apparait :

- que, pour rendre compte du tensionnage, la notion d'état initial non contraint d'une lame déformée rejoint la notion habituelle de distribution parabolique de contraintes internes dans une lame plane,
- que cette notion permet d'englober les effets du tensionnage, de la courbure anticlastique et du bombé des jantes, le "jour à résorber" étant le paramètre déterminant la distribution d'efforts.

Alors, il est clair que le bombé des volants et le tensionnage créent des distributions de même ordre de grandeur qui s'opposent, seuls des phénomènes cinématiques peuvent justifier le bombé.

Les résultats théoriques sont en excellente adéquation avec les résultats expérimentaux de D. Garin.



# SOMMAIRE

INTRODUCTION .....	1
1. Généralités sur les scies à ruban .....	2
1.1 Les poulies .....	2
1.2 La lame .....	5
2. Le comportement mécanique des scies à ruban .....	9
2.1 La denture .....	9
2.2 La fatigue de la lame .....	9
2.3 Le déversement de la lame .....	11
2.4 Vibrations .....	13
2.5 Déplacements de la lame sur ses poulies .....	14
CONTRAINTES DANS UN RUBAN ENROULE SUR SES POULIES, TENDU ET IMMOBILE	
INFLUENCE DU TENSIONNAGE ET DU BOMBE .....	18
1. Position du problème .....	19
1.1 Quel problème ? .....	19
1.2 Hypothèses .....	20
2. Formulation .....	24
2.1 Notations .....	24
2.2 Equations générales - simplifications .....	26
2.3 Système à résoudre .....	29
3. Résolution .....	30
3.1 Méthode générale .....	30
3.2 Tension minimum pour appliquer la lame .....	32
3.3 Expression des efforts .....	33
3.4 Applications numériques - Ordres de grandeurs .....	36
3.5 Bombé non symétrique - conclusion .....	37

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that this is essential for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

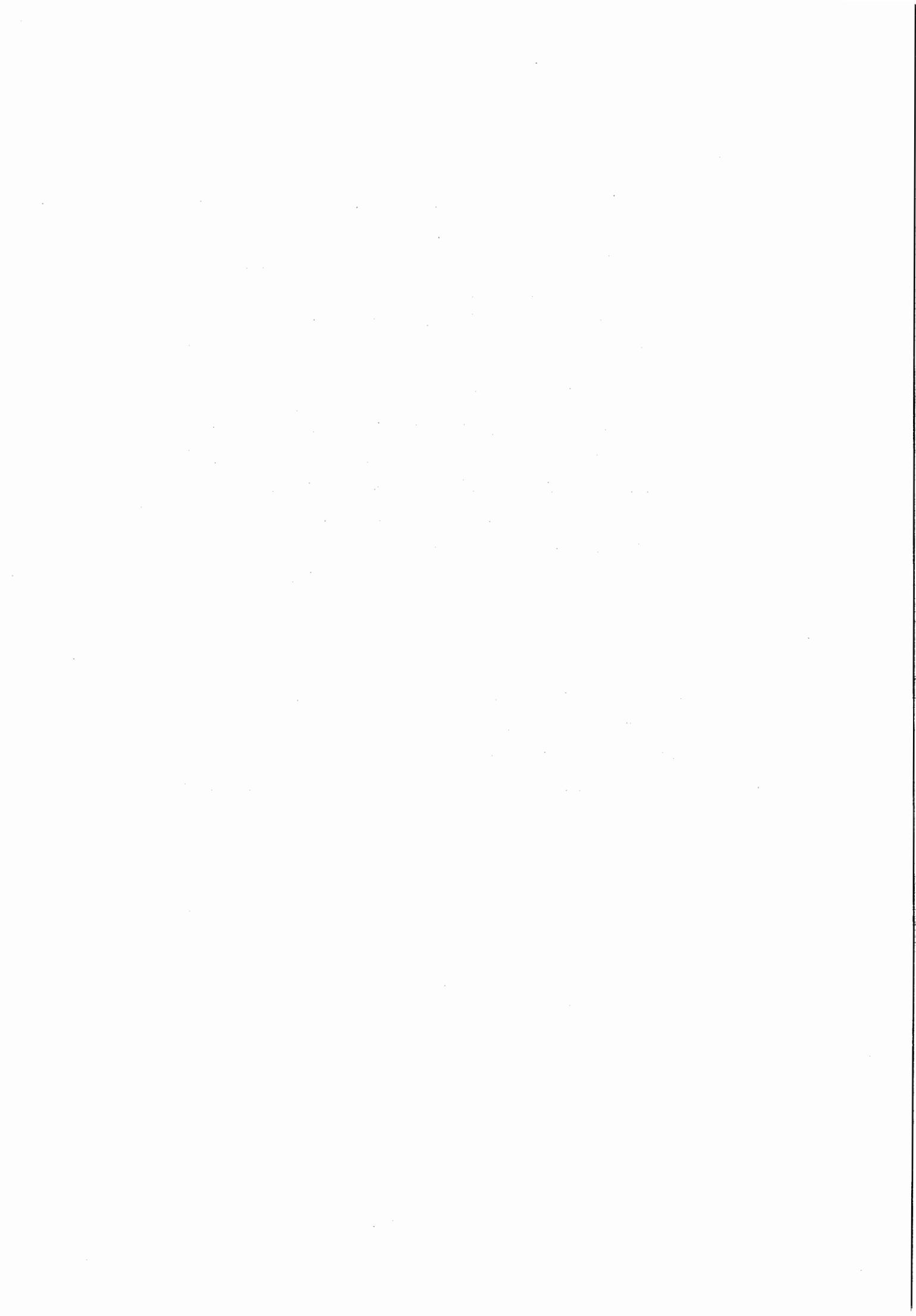
2. The second part of the document outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. It highlights the need for consistent and reliable data collection processes to support informed decision-making.

3. The third part of the document focuses on the role of technology in modern data management. It discusses how advanced software solutions can streamline data collection, storage, and analysis, leading to more efficient and accurate results.

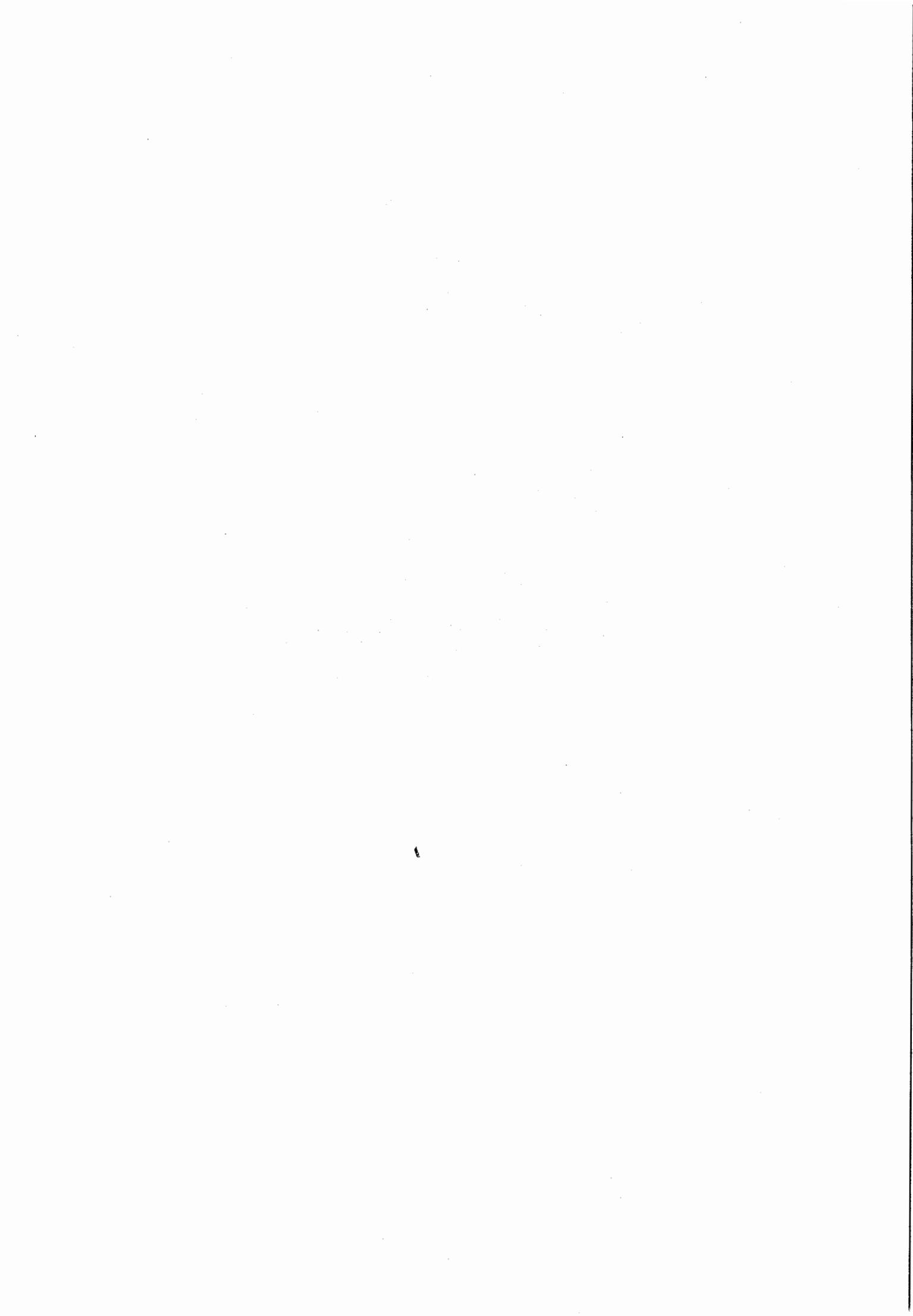
4. The fourth part of the document addresses the challenges associated with data management, such as data quality, security, and privacy. It provides strategies to mitigate these risks and ensure that data is used responsibly and ethically.

5. The fifth part of the document concludes by summarizing the key findings and recommendations. It stresses the importance of ongoing monitoring and evaluation to ensure that data management practices remain effective and up-to-date.

APPLICATIONS - DISCUSSION .....	42
1. Premières remarques .....	43
1.1 Tensions minimum .....	43
1.2 Le tensionnage, pourquoi? .....	45
2. Qu'entend-on habituellement par contraintes de tensionnage? .....	47
2.1 Contraintes internes .....	47
2.2 Comment évaluer $N_{\theta}^{\circ}$ ? .....	49
2.3 Comparaison des distributions d'effort normal de membrane dans le brin libre et sur les volants .....	52
3. Adéquation avec les distributions expérimentales de D. Garin .....	54
3.1 Données .....	54
3.2 Contraintes de tensionnage .....	56
3.3 Distribution d'effort dans la lame non tensionnée .....	58
3.4 Tension minimum .....	60
3.5 Lame tensionnée .....	60
CONCLUSION .....	63
ANNEXE 1 : Coques minces cylindriques élastiques .....	66
ANNEXE 2 : Flexion des plaques rectangulaires .....	71
BIBLIOGRAPHIE .....	74



# INTRODUCTION



## 1 GENERALITES SUR LES SCIES A RUBAN ([1], [2], [3], [4])

Le sciage du bois est l'usinage qui sépare les billes et billons en plusieurs parties pour obtenir successivement des planches de dosses (premier débit), des madriers, chevrons, planches, voliges (reprise), et les pièces définitives de charpente ou de menuiserie ( finition). C'est le procédé de coupe le plus fondamental et le plus fréquent, il fait référence à un outil: la scie, qui coupe grâce à une lame dentée.

On distingue quatre grands types de scies: les scies à chaîne, les scies alternatives, les scies circulaires, et les scies à ruban ( figure 1 ).

L'outil de coupe des scies à ruban est un ruban sans fin tendu entre deux poulies et entraîné par adhérence ( figure 2 ). Les scies à ruban peuvent être verticales (modèle le plus courant), horizontales ou inclinées, à ruban denté sur une seule rive ou bicoupe. On les classe selon leur utilisation: scie de tête, de reprise ou de finition.

Outre le bâti qui supporte les poulies et le chariot ou la table qui transporte et maintient les pièces à débiter, les éléments déterminant le comportement de la scie sont évidemment les poulies et la lame.

### 1.1 Les poulies

La poulie motrice, nommée volant (poulie inférieure sur les scies verticales ou inclinées) est fixe en position et lourde (pleine avec un voile central en fonte). L'autre poulie, nommée la roue, est légère et a une position ajustable: l'écartement des deux poulies permet d'appliquer la tension de montage, l'inclinaison de l'axe de la roue permet de stabiliser la lame soumise aux efforts de coupe.

Les deux poulies ont même diamètre, de 500 à 1800 mm et plus de 2000 mm pour certaines scies à grumes canadiennes, américaines ou tropicales.

La largeur de jante varie de 5 à 50 mm pour les petites scies de menuiserie, de 60 à 360 mm pour les scies à grumes et de reprise. Elle est généralement 1/10ème du diamètre des poulies en Europe, mais plus élevée en Amérique du Nord.

Les jantes sont souvent bombées. Le maximum du bombé est au centre ou au tiers avant, il est de l'ordre de 1 à 4 dixièmes de mm.

Ce bombé a pour but de stabiliser la lame sur ses poulies en fixant sa position d'équilibre:

1. Introduction

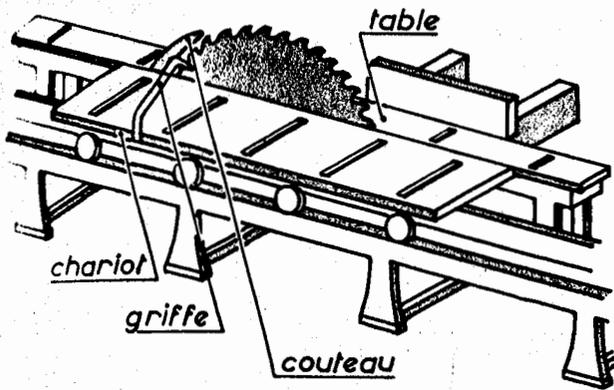
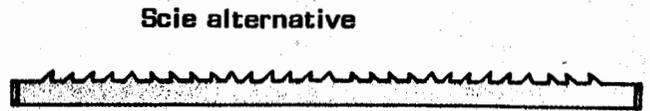
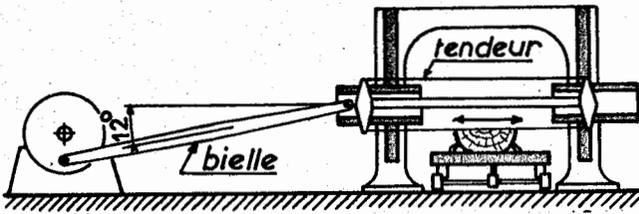
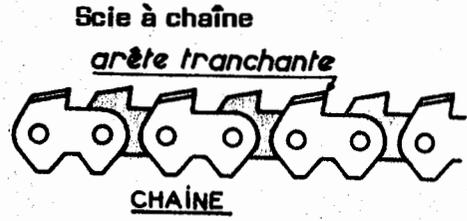
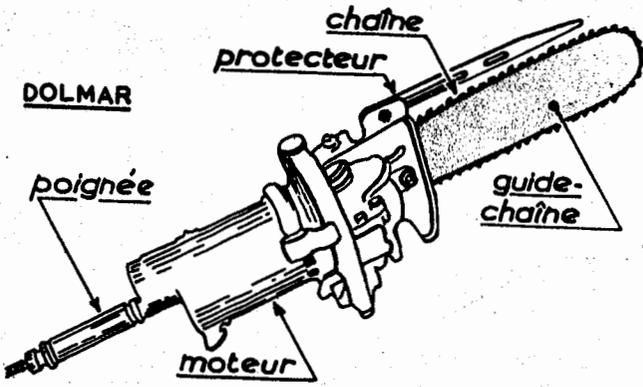
The first section discusses the background and objectives of the study. It highlights the importance of understanding the current state of the industry and the need for a comprehensive analysis. The objectives are to identify key trends, assess risks, and provide actionable recommendations.

The second section delves into the methodology used for data collection and analysis. It describes the various sources of information, including industry reports, interviews, and surveys. The analysis is based on a combination of qualitative and quantitative methods to ensure a thorough understanding of the data.

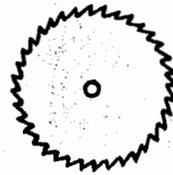
The third section presents the findings of the study. It details the key trends observed in the market, such as the increasing demand for sustainable products and the impact of digital transformation. The analysis also identifies potential risks and opportunities for stakeholders.

The final section provides a conclusion and offers recommendations for future research and action. It emphasizes the need for continuous monitoring and adaptation to the ever-changing market environment. The recommendations are tailored to help organizations navigate the challenges and seize the opportunities ahead.

Fig. 1 : Les quatre types de scies et leur lame  
[d'après 1]



Scie circulaire



Scie à ruban

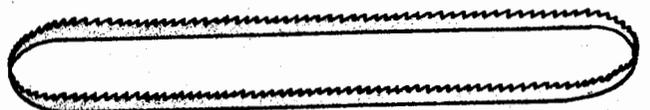
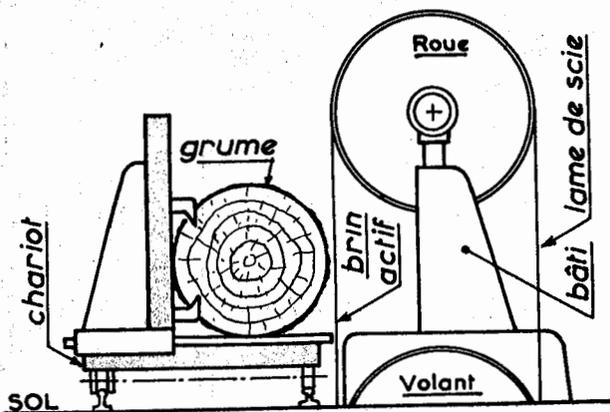
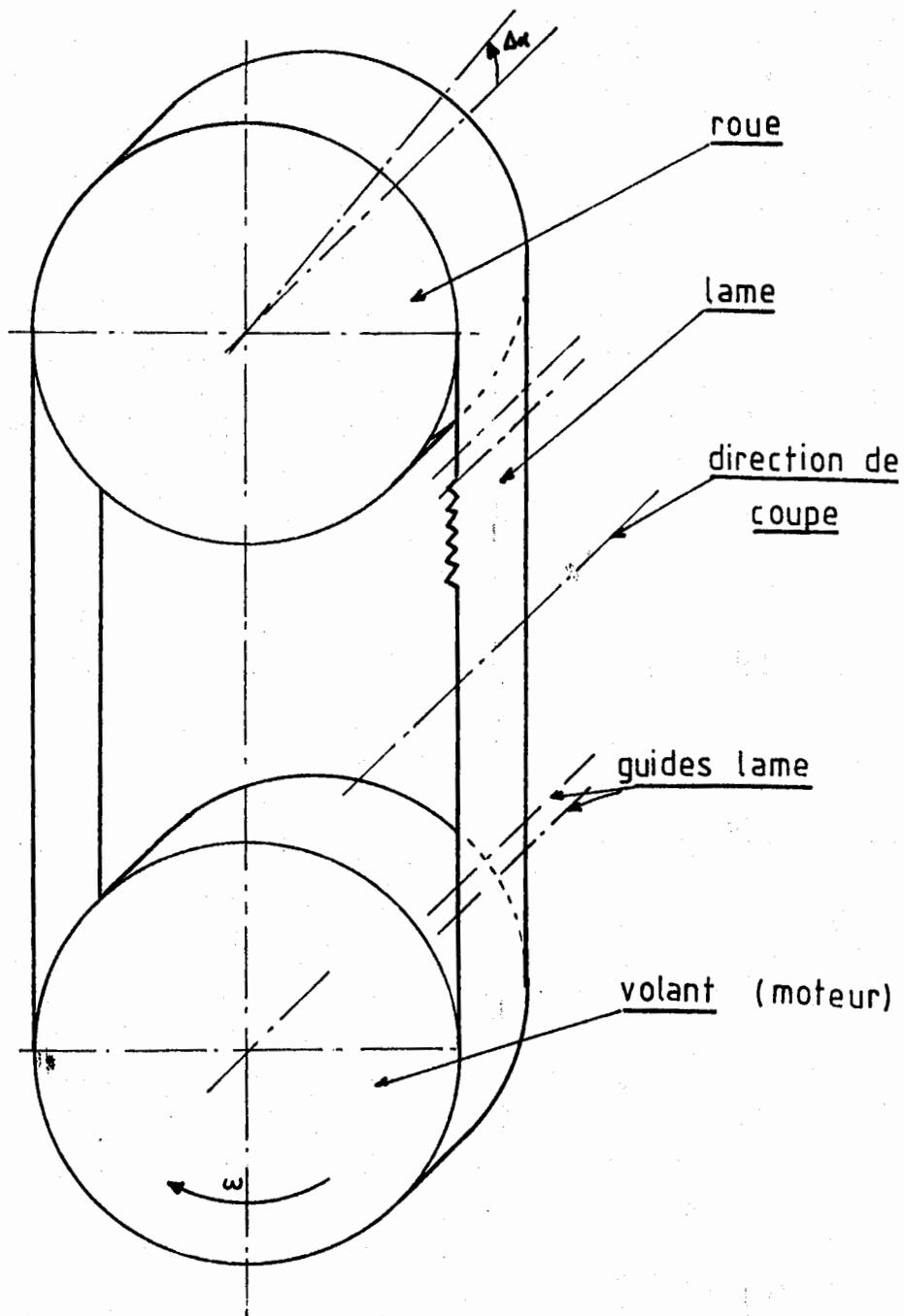
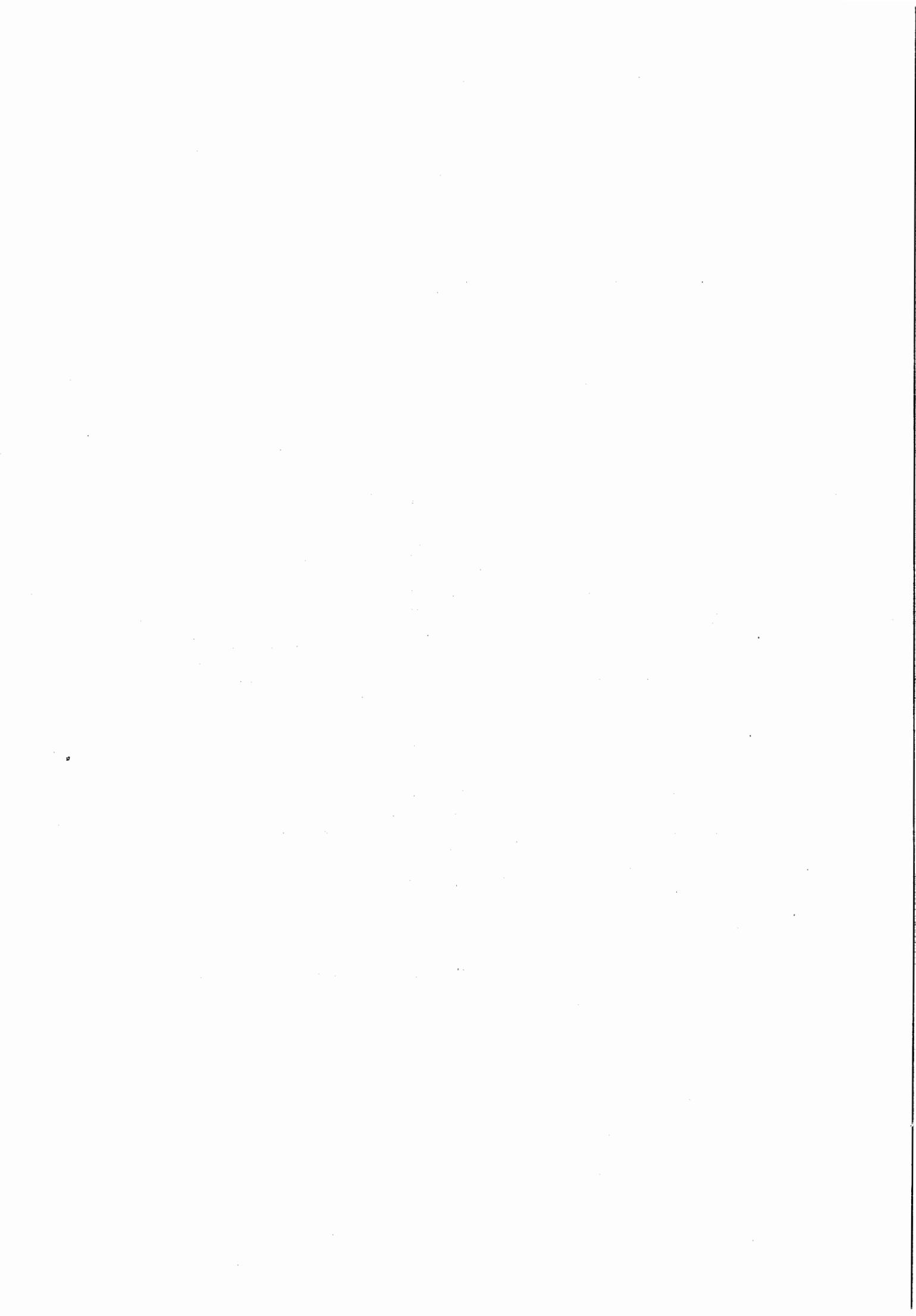




Figure 2 - (d'après 10)

## Schéma d'une scie à ruban





grossièrement, d'après la théorie de l'entraînement par courroie [5], une courroie qui s'enroule sur une poulie conique se déplace vers la grande base du cône; une poulie bombée est la limite d'une poulie bicônique: chaque moitié de la courroie se rapproche donc de la base commune ce qui place l'axe de la courroie dans le plan du grand diamètre. Le bombé est cependant source d'un surcroît de contraintes au centre, donc de fatigue supplémentaire; la théorie des courroies préconise donc de ne bomber que la poulie conductrice sur laquelle s'enroule le brin "mou". En effet, du fait du frottement sec entre la poulie et la courroie, les tensions dans les deux brins ne sont pas égales (figure 3):

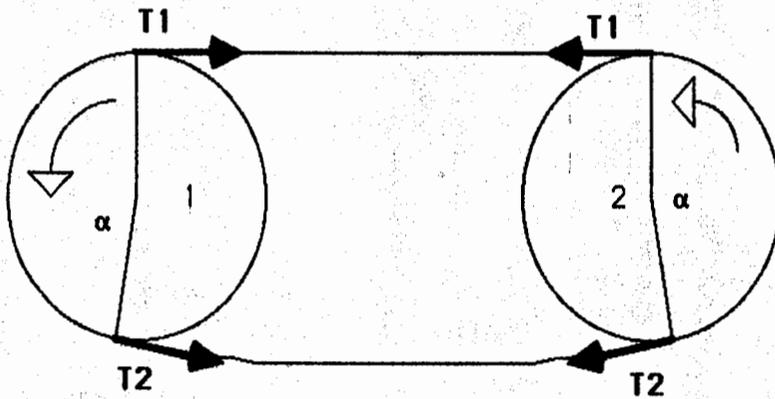


figure 3

$T_1 > T_2$  et  $T_1 = T_2 \exp(f \alpha)$   $f$ : coefficient de frottement  $\alpha$ : angle d'enroulement

Les habitudes des constructeurs de scies à ruban sont à l'inverse de bomber plutôt les volants (poulies motrices), et moins fréquemment les roues.

## 1.2 La lame:

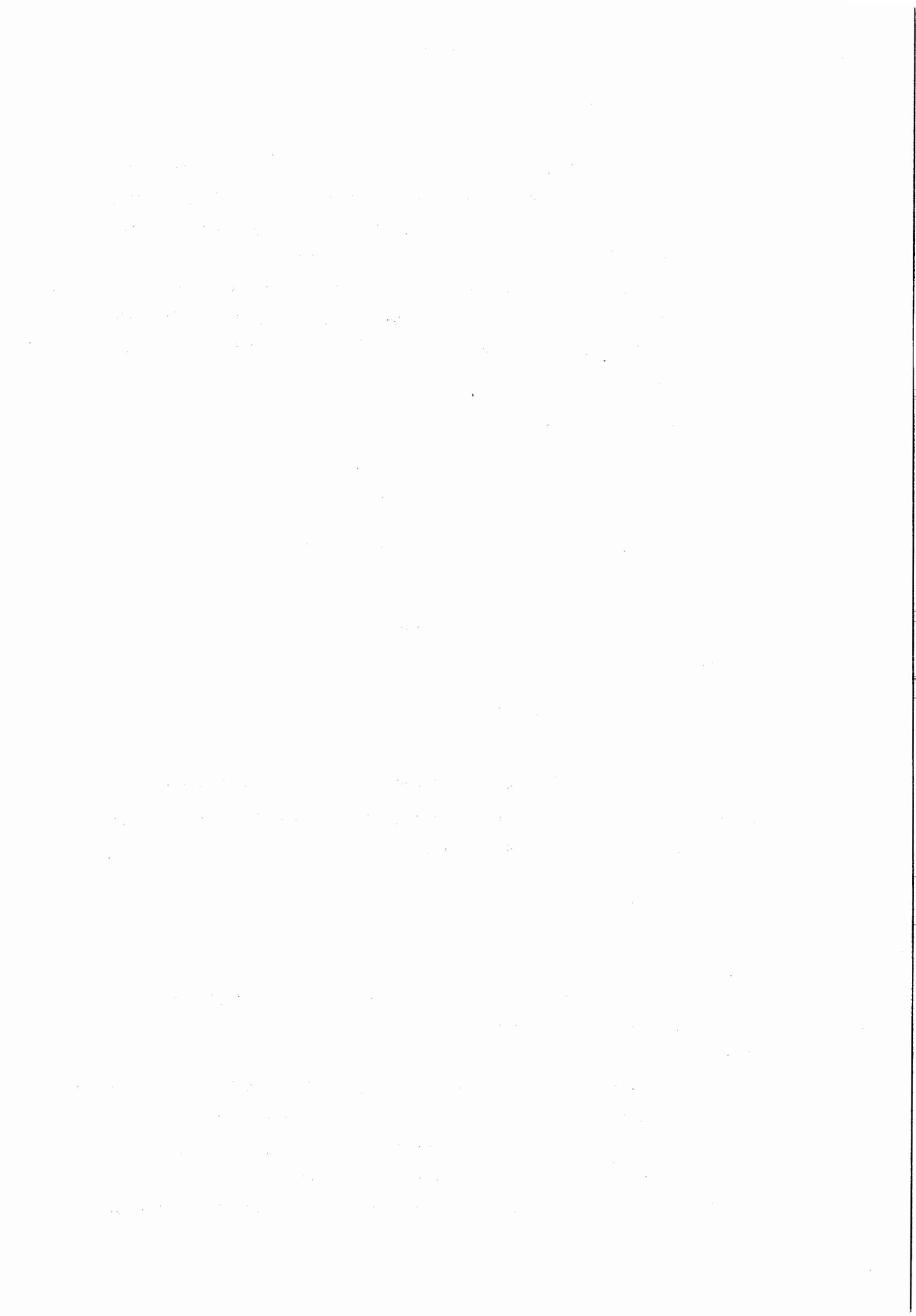
### dimensions:

La lame pour avoir une rigidité maximale doit avoir une longueur  $L$  minimale compte tenu de la hauteur de coupe. On a en général

$$6D < L < 8D \quad (D: \text{diamètre des poulies})$$

Sa largeur est égale à la largeur de la jante plus la profondeur de la denture (qui ne doit surtout pas monter sur les poulies), plus quelques millimètres (une lame périt en général par usure des dents, il faut donc se réserver une marge en vue d'affutages ultérieurs).

Son épaisseur varie de 0,4 à 2,1 mm et est généralement comprise entre  $D/1250$  et  $D/1000$ . A priori, une lame épaisse est plus rigide mais présente une contrainte



maximale de flexion sur les poulies plus élevée. Des études ([6],[7]) ont montré qu'on pouvait diminuer l'épaisseur des lames en gardant une excellente rigidité grâce à l'application de tensions de montage beaucoup plus élevées. La fatigue supplémentaire due à ces fortes tensions de montage est compensée par une contrainte maximale de flexion plus faible. C'est la théorie du "high strain / thin kerf" couramment employée en Amérique du Nord, qui permet d'augmenter les rendements matière à qualité de sciage au moins égale.

### **matériau :**

Le corps de la lame est en acier qui doit être adapté aux différentes opérations de préparation et de maintenance (soudure, dégauchissage, planage, affutage, tensionnage) et résister aux chocs (sciage d'un clou...) et à l'usure.

On utilise des aciers au Nickel, au Nickel Chrome, au Nickel Carbone ou au Chrome Carbone, à haute teneur en Carbone, qui peuvent également contenir du Manganèse et du Vanadium (Exemple: Acier au Nickel Uddeholm Steel UHB 15N20 75% C et 2% Ni)

Les caractéristiques mécaniques d'une lame sont:

Module d'Young:	$E = 220000 \text{ MPa}$
Coefficient de Poisson:	$\nu = 0,28$
Contrainte limite en traction:	$\sigma_r = 130 - 140 \text{ daN/mm}^2$
Dureté:	40 à 46 Rockwell
Coefficient de dilatation thermique:	$\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

### **denture:**

La denture doit être rigide et résister à l'usure. On améliore souvent la tenue de coupe en déposant sur la pointe de la dent un alliage spécial: la stellite.

La géométrie de la denture influence la qualité de la coupe et la durée de vie de l'outil. Les paramètres à optimiser sont classiquement (figure 4a):

- l'angle d'attaque  $\alpha$ , qui doit être maximum en laissant un angle de bec  $\beta$  suffisant pour éviter les problèmes de flexion du bout de la dent (qui entraînent certains phénomènes de "planche à laver", ondulations de la surface sciée),  $30^\circ < \alpha < 35^\circ$  pour le sciage des résineux et peut descendre à  $20-22^\circ$  pour les feuillus tropicaux durs.
- l'angle de dépouille  $\gamma$ ,  $8^\circ < \gamma < 16^\circ$ , qui permet d'éviter les frottements du bois sur la dent juste après la coupe, le stellitage permet de diminuer  $\gamma$ .
- la voie limite les frottements du bois sur le corps de la lame, elle est obtenue par écrasement ou torsion des dents.

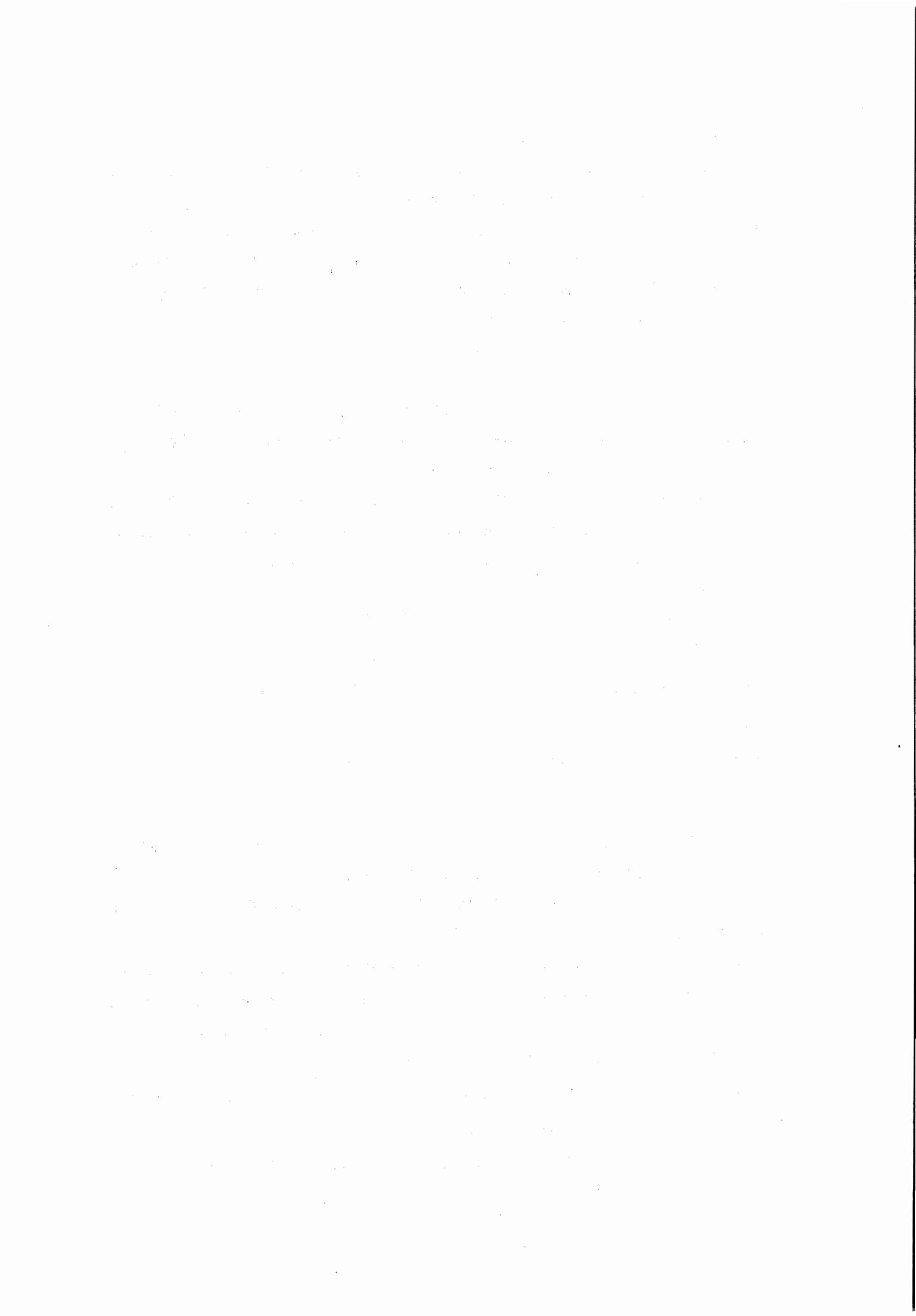


Figure 4 (d'après 8)

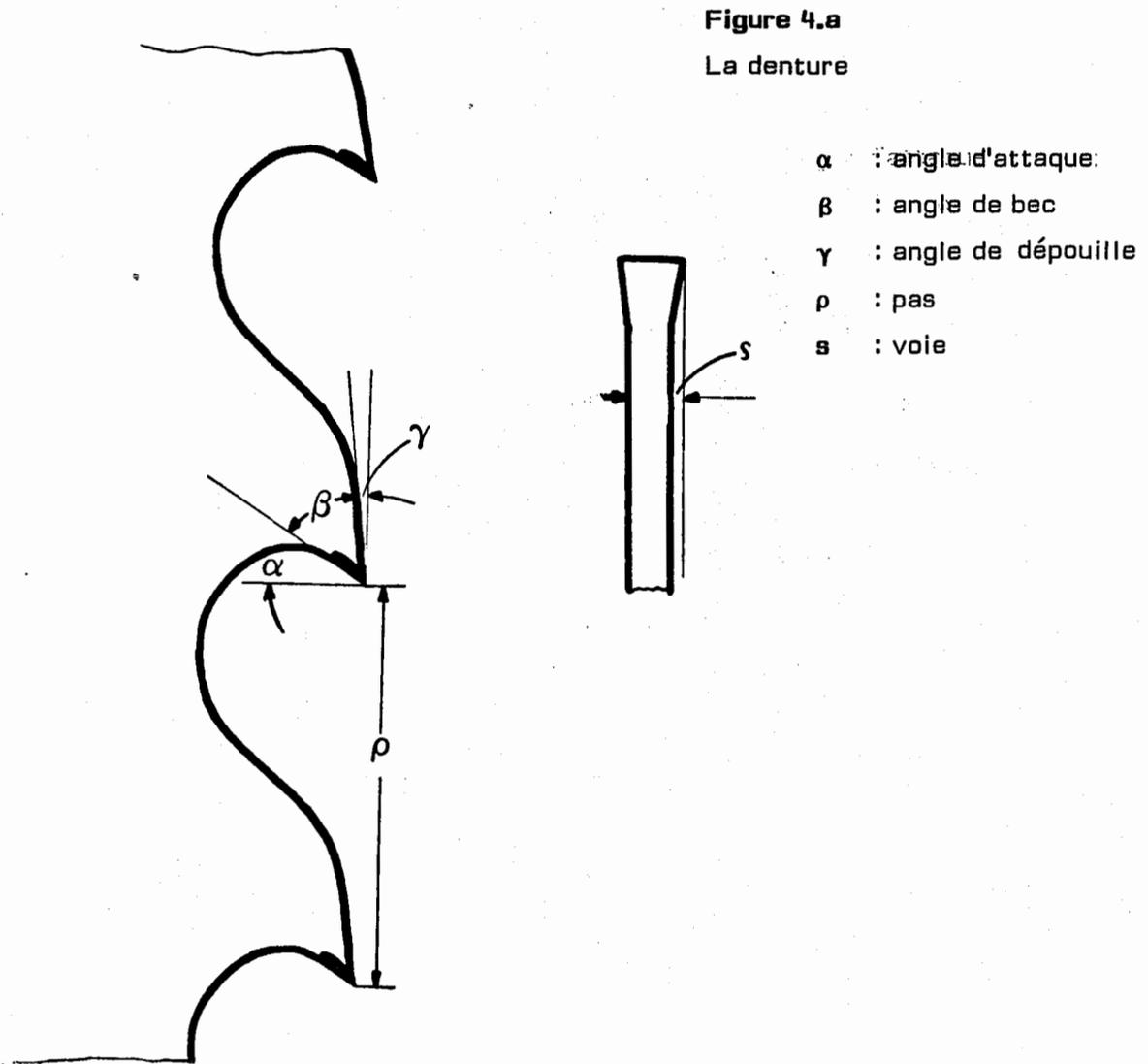
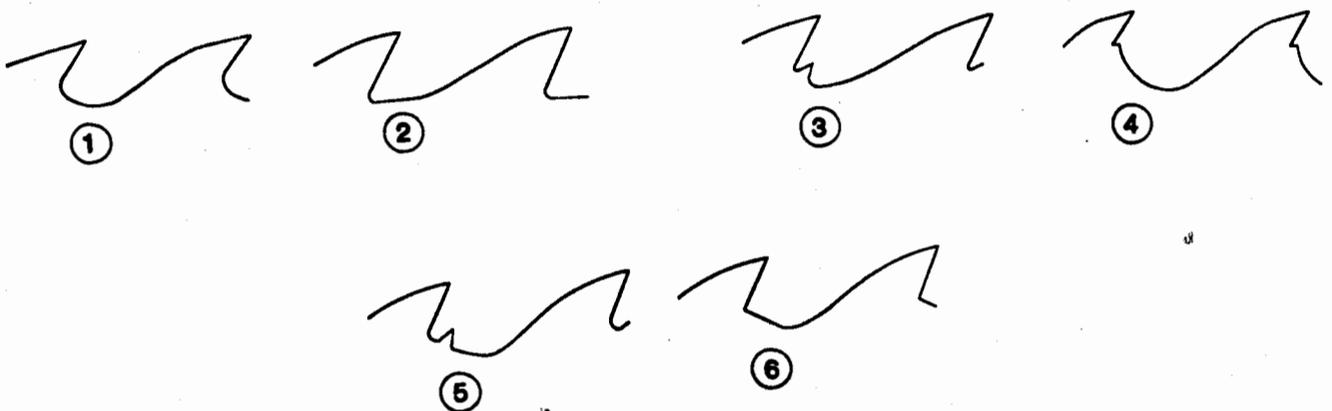
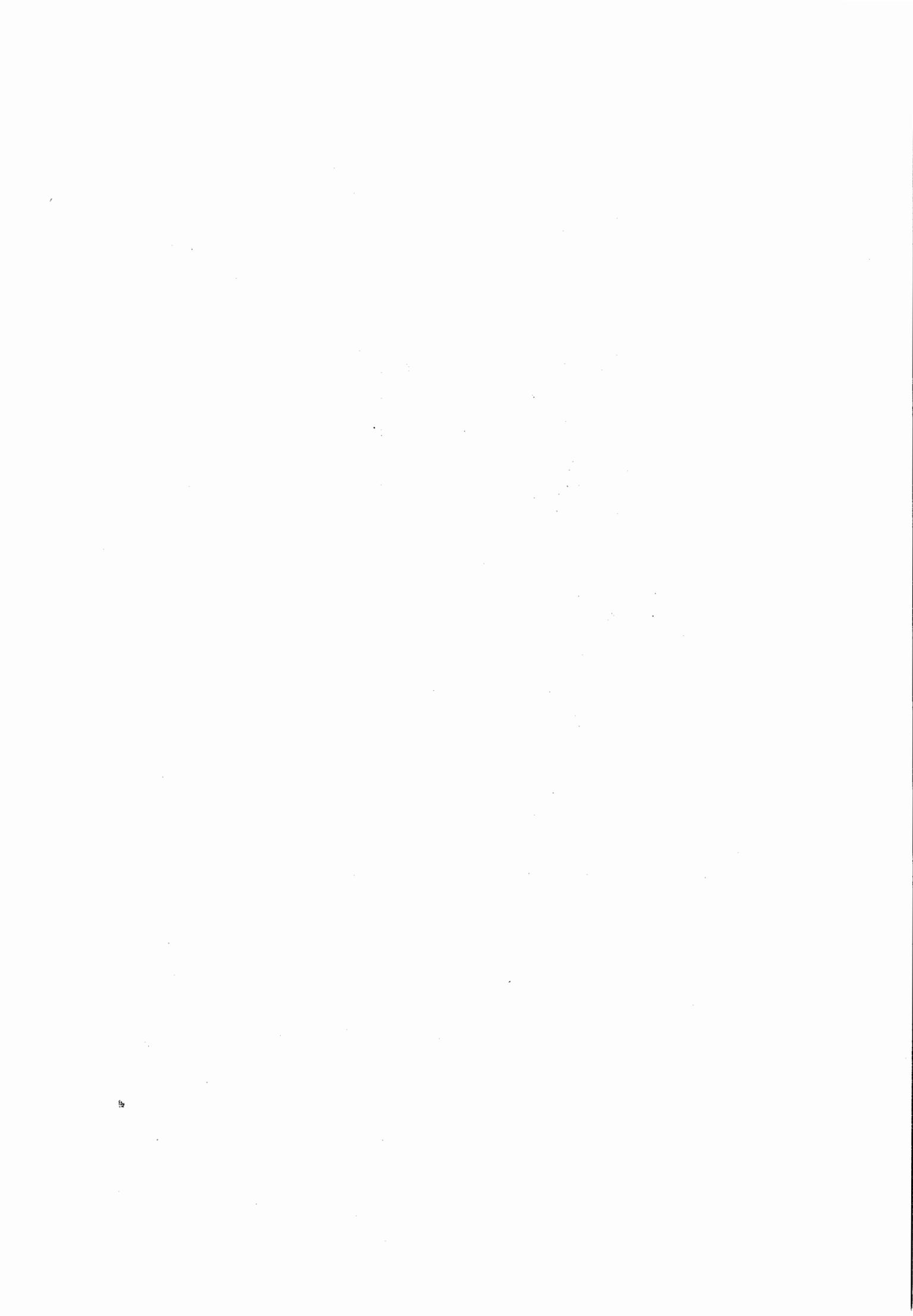


Figure 4.b

Différentes formes de creux de dents testées sur des bois gelés ou non.





- La forme du fond de dents (voir différents exemples sur la figure 4b) est déterminante pour la bonne évacuation des copeaux [ 8].

### le tensionnage :

Toutes les scieries possèdent un atelier d'affutage où sont réalisées les opérations de maintenance et de préparation des lames.

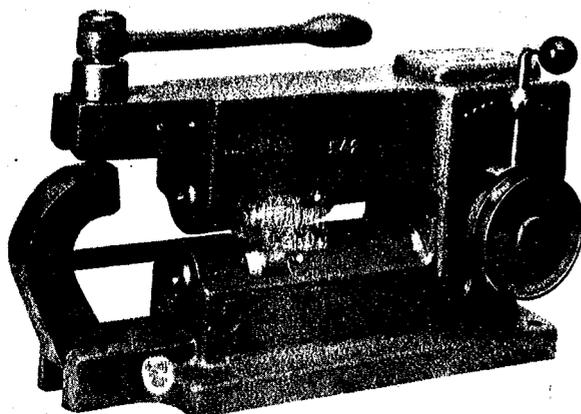


Figure 5 - (d'après 1)

Cliché ALLIGATOR.

Le tensionnage est l'une de ces opérations. Il consiste en un laminage (généralement à froid par passes successives dans un tendeur à galets (figure 5)) de bandes individuelles de la partie centrale du corps de la lame, pour obtenir un allongement permanent de ces bandes.

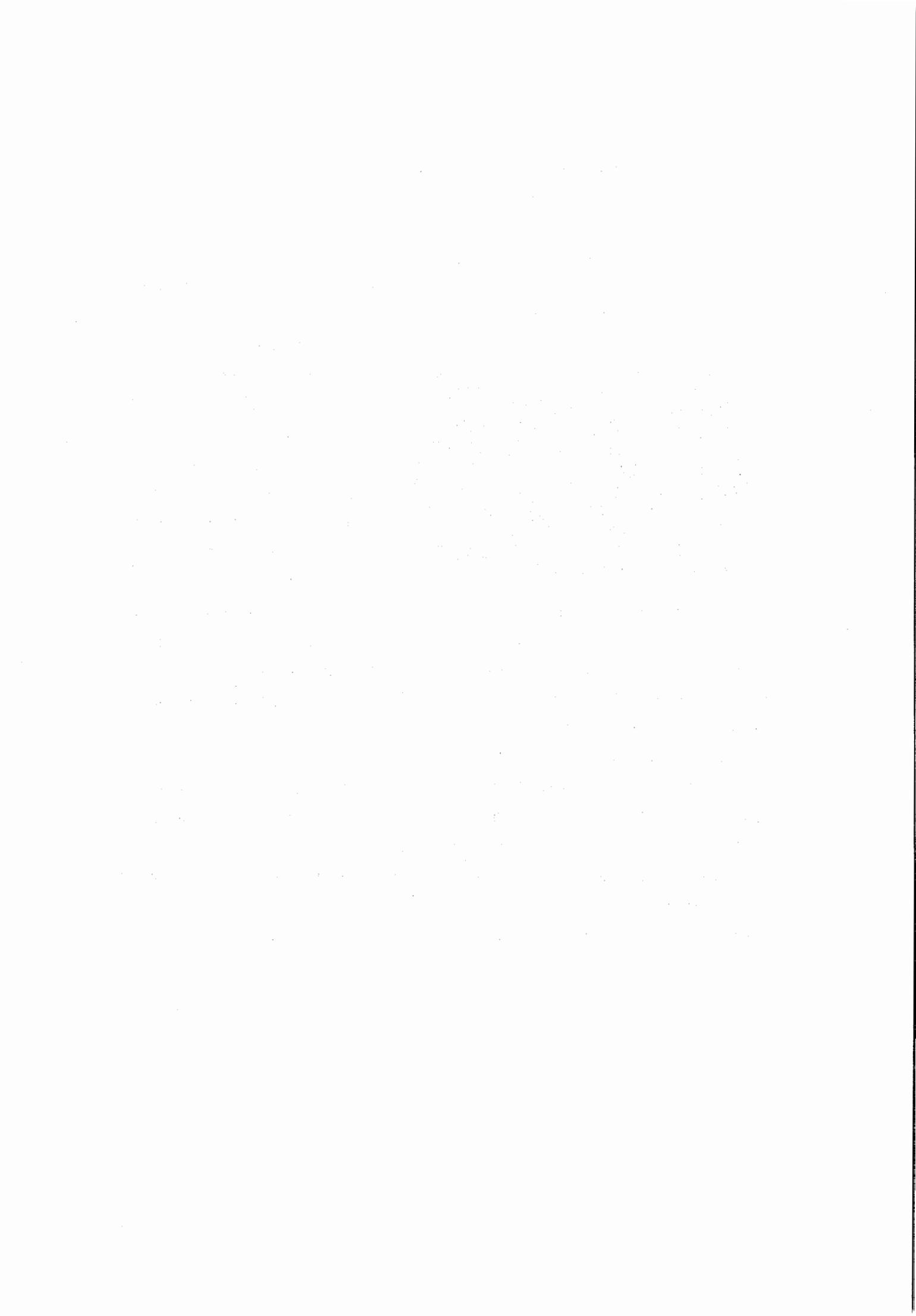
Le rôle du tensionnage semble être de créer des contraintes dans la lame en fonctionnement s'opposant aux déformations thermiques, d'augmenter la rigidité de la lame (augmenter la charge critique de déversement), et d'assurer la stabilité de la lame en mouvement sur ses poulies [ 9].

L'intérêt du tensionnage n'est pas clairement démontré :

La température varie linéairement d'une rive à l'autre de la lame, les déformations thermiques sont donc contrebalancées de façon plus efficace par un allongement du dos de la lame plutôt que du centre (backcrown), d'ailleurs couramment pratiqué.

La rigidité de la lame est améliorée de façon plus efficace en augmentant la tension de montage qu'en tensionnant [ 10].

Le tensionnage sert donc surtout à compenser des tensions de montage trop faibles.



## 2 LE COMPORTEMENT MECANIQUE DES SCIES A RUBAN

Le comportement mécanique des scies à ruban donne lieu à diverses classes de problèmes qui doivent être traités en regard de divers paramètres:

- dimensions de la scie
- géométrie des poulies: inclinaison et bombé
- tension de montage
- tensionnage
- vitesse d'aménage
- vitesse de la lame
- efforts de coupe en général

### 2.1 la denture :

La durée de vie d'une lame est conditionnée par l'usure des dents, la géométrie de la denture est un élément déterminant de la qualité du sciage. Les problèmes liés au dimensionnement de la denture, qui relèvent autant de la métallurgie que de la mécanique font l'objet de nombreuses recherches: A. Chardin en France, E. Kirbach à Vancouver, F. Worzala à Madison...

Nous ne développerons pas ce sujet sinon pour souligner que le comportement mécanique des dents de scie se traite très indépendamment de celui du corps de la lame (échelle différentiel) mais apporte des données nécessaires: facteur de concentration de contraintes en fond de dents pour les études de fatigue (voir 2.2), efforts de coupe réels au cours du sciage pour les études de stabilité (voir 2.3 et 2.5)...

### 2.2 La fatigue de la lame:

Une lame périt généralement par usure des dents. Il est cependant nécessaire de mener des études de fatigue en évaluant les contraintes de la lame soumise à diverses sollicitations afin d'utiliser au mieux les possibilités de l'acier de la lame: les utilisateurs du "high strain" déterminent ainsi par exemple la tension de montage maximale applicable.

Les différentes études [6],[11],[12] utilisent la méthode classique du diagramme de Goodman (figure 6), en évaluant par superposition les contraintes maximales alternatives  $\sigma_a$  dues au

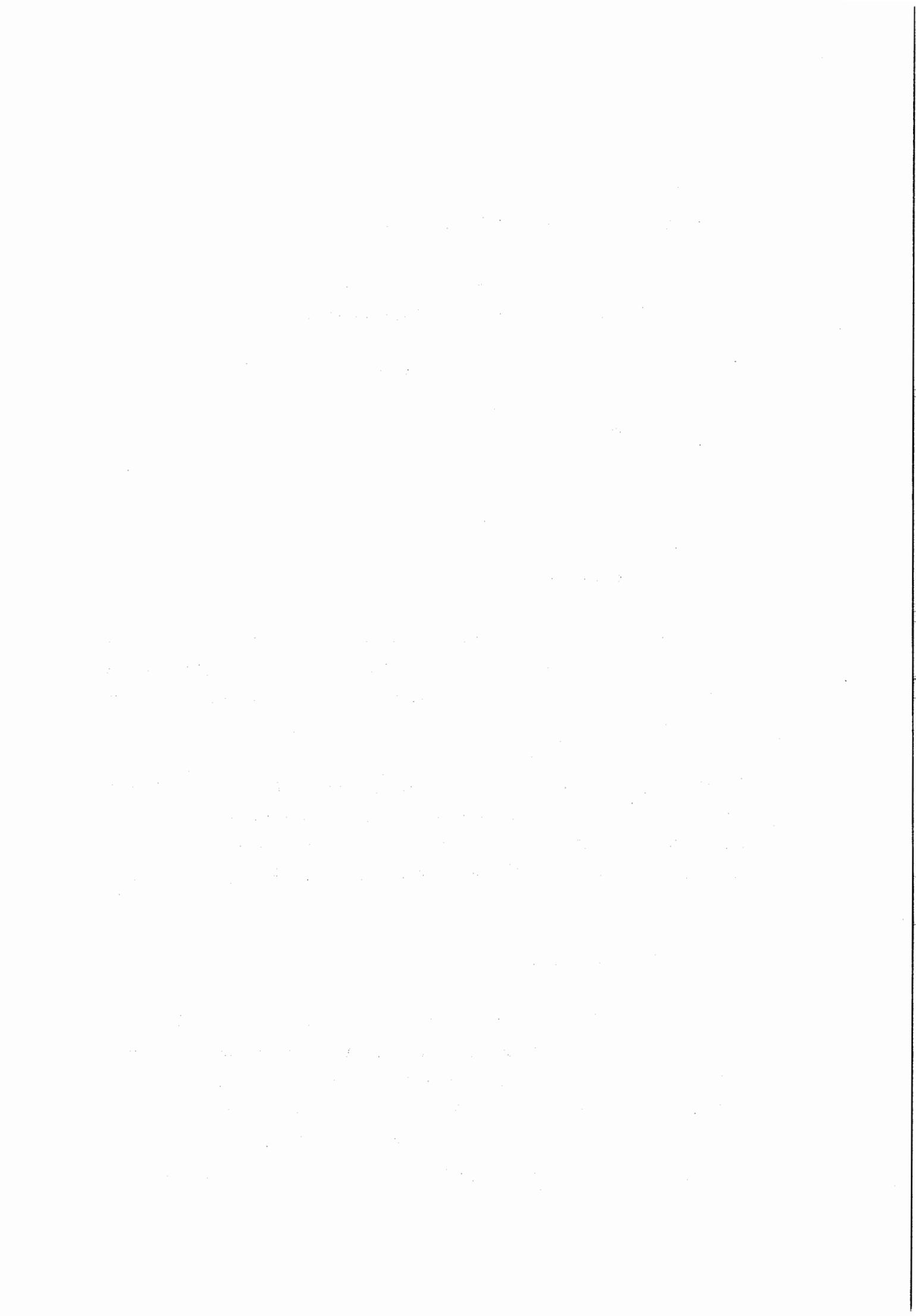
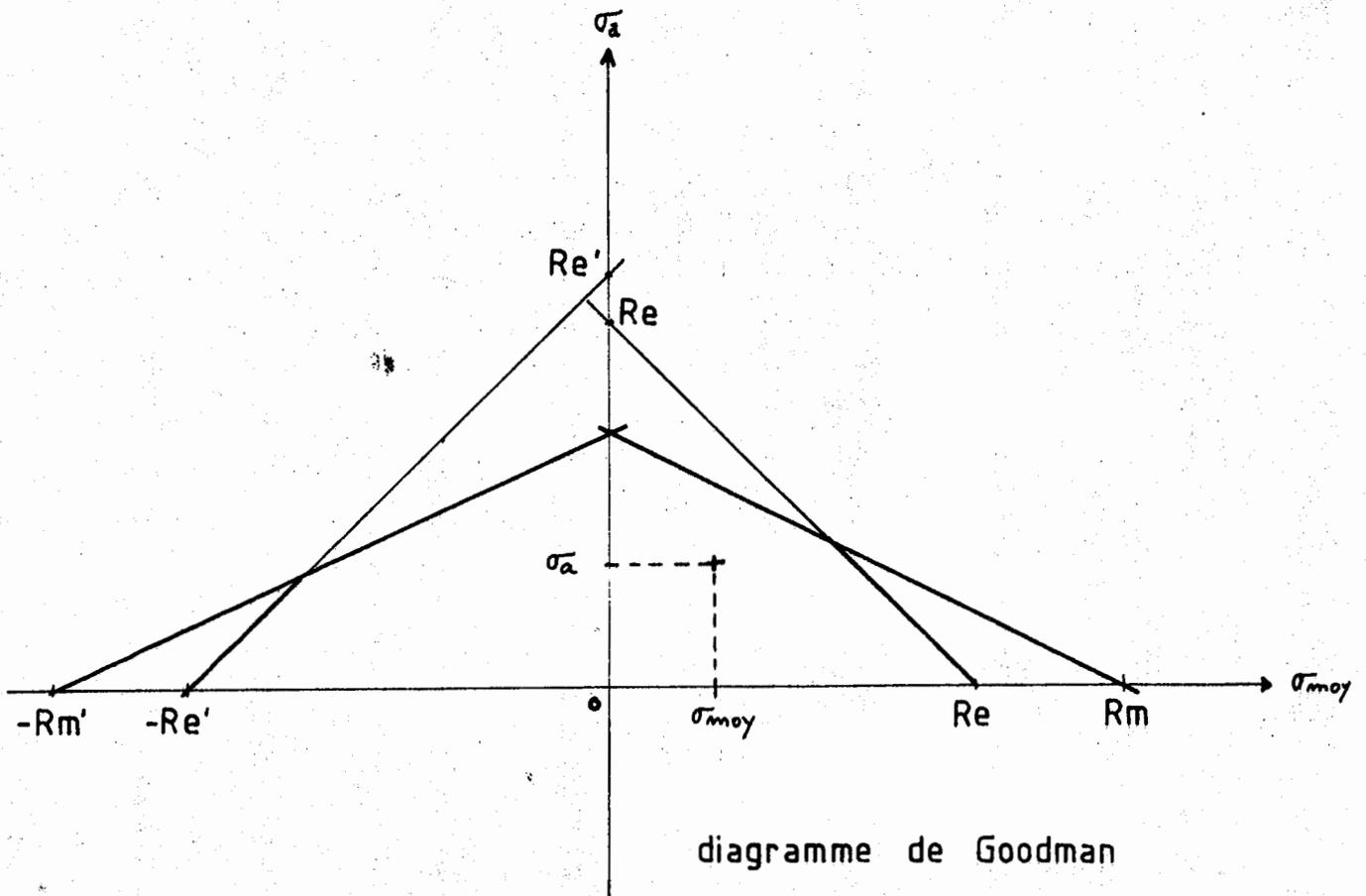


Figure 6 - (d'après 10)





passage sur les poulies et moyennes  $\sigma_{moy}$  dans la lame ( $\sigma_{moy} = \sigma_0 + \sigma_a$ ,  $\sigma_0$  contrainte permanente).  $\sigma_a$  et  $\sigma_0$  sont estimées en tenant compte d'un facteur de concentration de contrainte en creux de dents et en superposant les effets

- de la tension de montage
- des forces centrifuges
- du tensionnage
- de la courbure du dos de la lame
- de l'inclinaison de la poulie supérieure
- de la flexion sur les poulies
- du bombé éventuel des poulies
- des efforts de coupe
- du gradient de température.

Les études diffèrent par la prise en compte de tout ou partie de ces effets. Elles ont l'avantage de présenter une vision globale des contraintes dans la lame mais l'inconvénient de n'en offrir qu'une description sommaire: de fait, sachant qu'une étude fine était inutile (la lame n'est pas faite pour durer indéfiniment, les dents s'usent vite) et de toutes façons délicate (la contrainte alternative ne varie pas sinusoidalement avec le temps, il faudrait pour raisonner proprement utiliser des séries de Fourier), les auteurs n'ont pas cherché à avoir des distributions de contraintes précises mais des ordres de grandeurs des contraintes maximales.

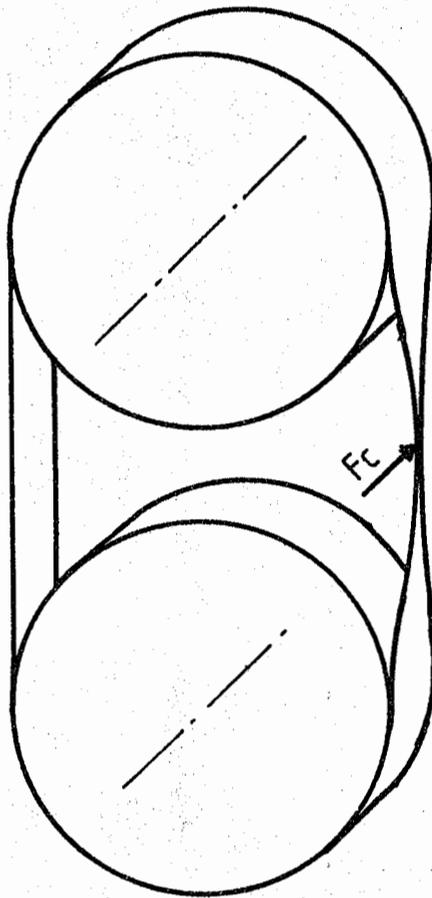
### 2.3 le déversement de la lame

Lorsque la lame subit des efforts de coupe, elle est soumise notamment à une force dans son plan. Lorsque cette force dépasse une certaine valeur critique, on est en présence d'un problème typique d'instabilité: la lame quitte son plan, elle déverse (voir figure 7).

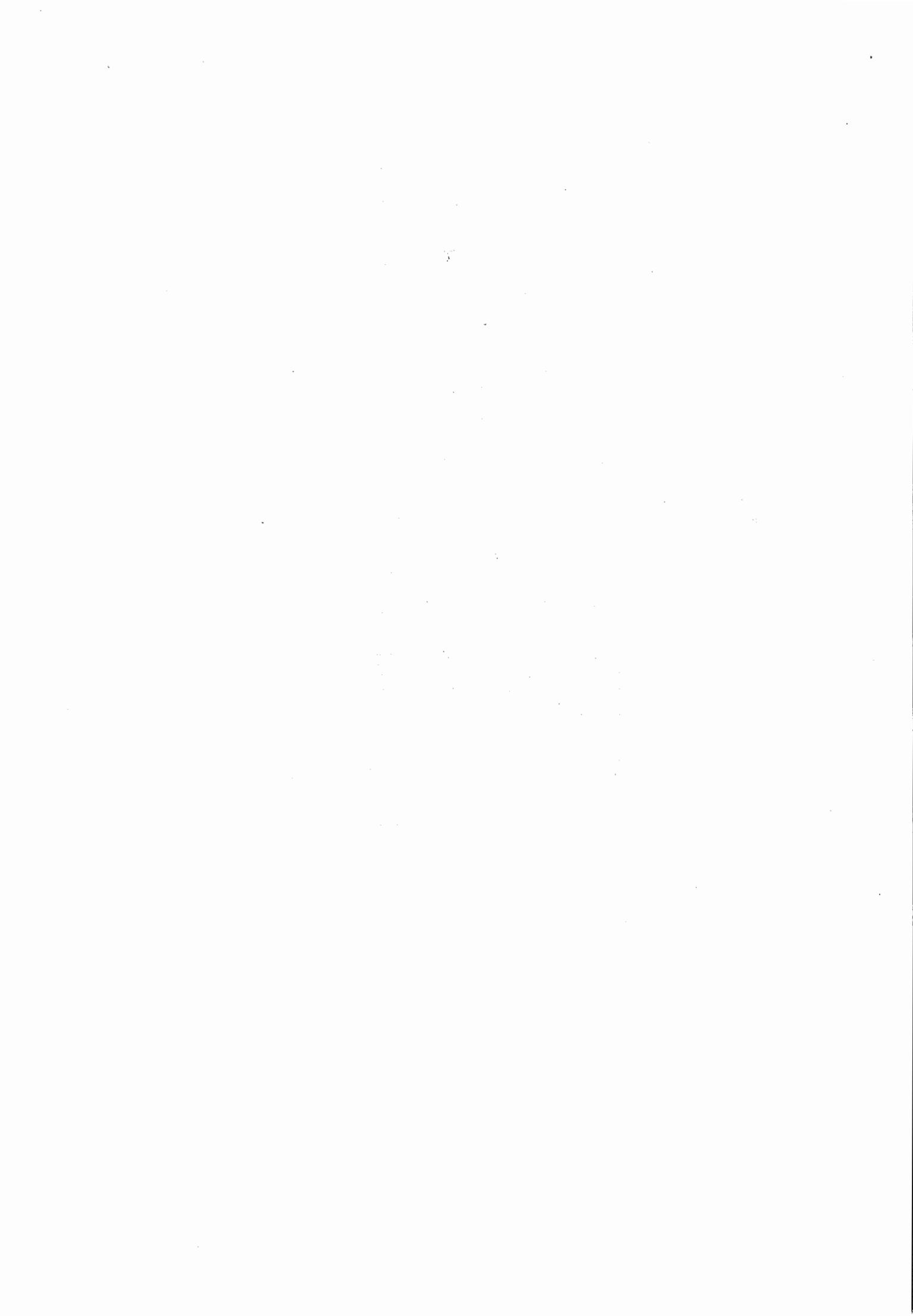
Plusieurs formules ont été proposées donnant la charge critique  $F_c$  en fonction des caractéristiques de la lame et de la tension de montage [12],[13]. Récemment, D. Garin [10] par un calcul en théorie des plaques a mis en évidence l'influence du tensionnage sur  $F_c$  et l'intérêt pour augmenter  $F_c$  de tendre une lame (en appliquant une tension de montage élevée) plutôt que de la tensionner.



Figure 7 : Le déversement (d'après 10)



$F_c$  : charge critique



## 2.4. Vibrations

Les vibrations des lames de scies à ruban relèvent d'une classe de problèmes dynamiques nommés par les anglophones "axially moving material vibrations", qui englobent les vibrations des courroies, des transmissions par chaîne ou par câble, des conduites transportant des fluides, des poutres de bois à l'intérieur des machines de classement mécanique (ce pour citer une application un peu marginale mais liée au bois et développée par M. Samson au Canada),..., et des lames de scies à ruban. Le maître incontesté de cet aspect dynamique du comportement des rubans est C.D. Mote qui travaille sur ce sujet depuis plus de 20 ans au Mechanical Engineering Laboratory de l'Université de Berkeley (Californie). Le but de ses travaux a été de caractériser les fréquences propres du brin libre de la lame en fonction de ses caractéristiques et de sa vitesse, ceci pour prévoir d'éventuelles résonances.

La première étude [14] traitait la lame comme une poutre droite tendue en ne prenant en compte que les vibrations de flexion. Voici la formule proposée, dans le cas le plus simple:

- la rigidité de flexion est négligeable devant la tension dans la poutre, on obtient ainsi une valeur par défaut des fréquences propres
- les forces centrifuges sont sans effet sur la tension dans la lame: la tension ne dépend pas de la vitesse et reste égale à la tension statique initiale, ce qui revient à supposer que la tension de montage est appliquée par un mécanisme de contrepoids et levier parfait (qui s'adapte instantanément sans aucune rigidité à des variations d'efforts de tension dans la lame).

Alors,

$$\omega = n \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho A}} \left( 1 - \frac{\rho A V^2}{T} \right)$$

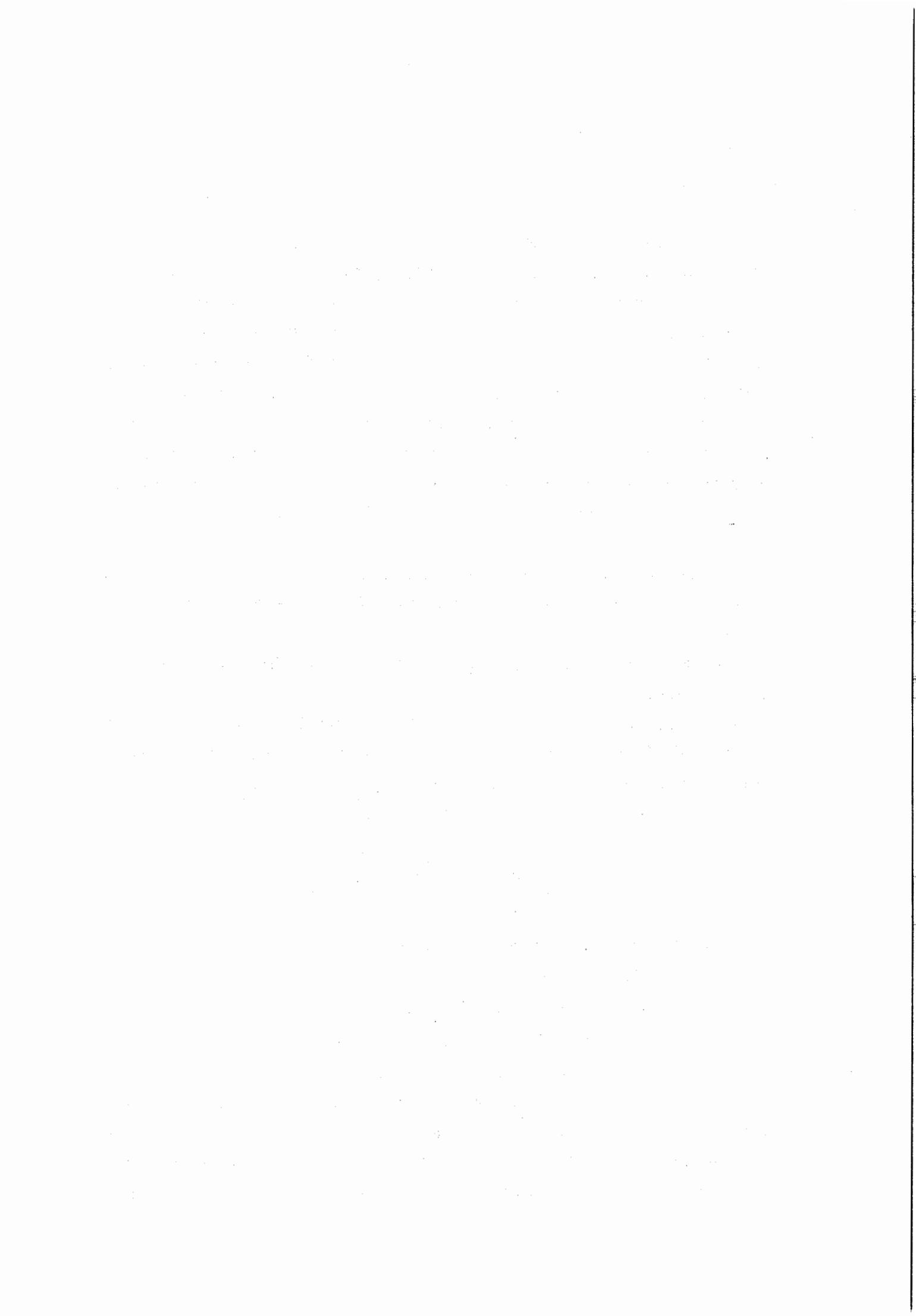
où  $\omega$  est la fréquence correspondant au mode de vibration  $n$ ,

$L$  est la longueur du brin libre,  $A$  la section transversale de la lame,

$\rho$  la masse volumique de l'acier,

$V$  la vitesse linéaire,  $T$  la tension dans le brin considéré.

- le terme en gras est l'expression des fréquences propres de flexion de la poutre immobile
- le terme multiplicatif met en évidence l'influence de la vitesse ( axially moving ! ). Une particule en vibration éloignée de la droite initiale a une inertie due à sa vitesse  $V$ , on comprend intuitivement que plus  $V$  est élevée, plus la particule est tentée de rester éloignée de la droite initiale, donc plus elle met de temps à revenir : **les fréquences propres diminuent avec la vitesse.**



Cet effet "axially moving" reste prépondérant quand le support n'est plus parfaitement souple, alors qu'on serait tenté de dire qu'augmenter la vitesse, en augmentant les forces centrifuges donc la tension  $T$ , fait croître les fréquences  $\omega$ .

Depuis cette première publication en 1965,

D.W. Alspaugh [15] a formulé le problème des vibrations de torsion.

A.G. Ulsoy [16] a repris les calculs en théorie des plaques pour mettre en évidence l'influence d'une distribution d'efforts dans la largeur de la lame.

Dans tous les cas, les équations du mouvement sont dérivées du principe d'Hamilton et résolues par des méthodes numériques. Pour atteindre des descriptions de plus en plus fines des phénomènes vibratoires, la difficulté est actuellement de disposer de descriptions de plus en plus fines de l'état de contraintes dans la lame (pour comprendre l'influence du tensionnage par exemple).

Plus récemment, W.Z. (Ben) Wu [17] et K.W. Wang [18] ont analysé le mécanisme de couplage entre la lame et le volant qui entraîne des transferts d'énergie de vibration entre les brins libres coupant et non coupant. B. Yang poursuit ces travaux à Berkeley en vue de la mise au point d'un dissipateur électromagnétique de cette énergie de vibration agissant sur le brin non coupant.

En plus des travaux de l'équipe de Dan Mote, on peut citer les études expérimentales [19],[20] et les travaux menés récemment en France sur le mécanisme de couplage [21]. Pour des résultats précis, le lecteur est renvoyé aux références bibliographiques déjà citées, ainsi qu'à l'article de synthèse [22].

## 2.5 Déplacements de la lame sur ses poulies :

Le mécanisme du déplacement de la lame sur ses poulies n'a pas fait l'objet d'études théoriques.

A. Chardin [23], [24], [25], a conduit des études expérimentales sur deux scies (de diamètres 1,50m et 2,40m).

Des résultats qualitatifs (figure 8) sont obtenus quant à l'influence

- d'un échauffement de la lame: lorsqu'on chauffe une rive, la lame se déplace dans la direction opposée

- du contact lame-volant: un contact sec ou lubrifié n'influe pas clairement sur la tenue de la lame

- d'une poussée perpendiculaire au plan de la lame appliquée sur une rive: la lame se déplace vers l'autre rive

- du tensionnage: l'amplitude du déplacement pour une lame très fortement tensionnée est plus faible que pour une lame non tensionnée



- de la tension de montage: plus la tension est élevée, plus les déplacements sont faibles

- de la taille de la scie: l'amplitude des déplacements et le temps nécessaire à l'obtention de l'équilibre sont plus faibles pour la scie de 2,40m que pour celle de 1,50m.

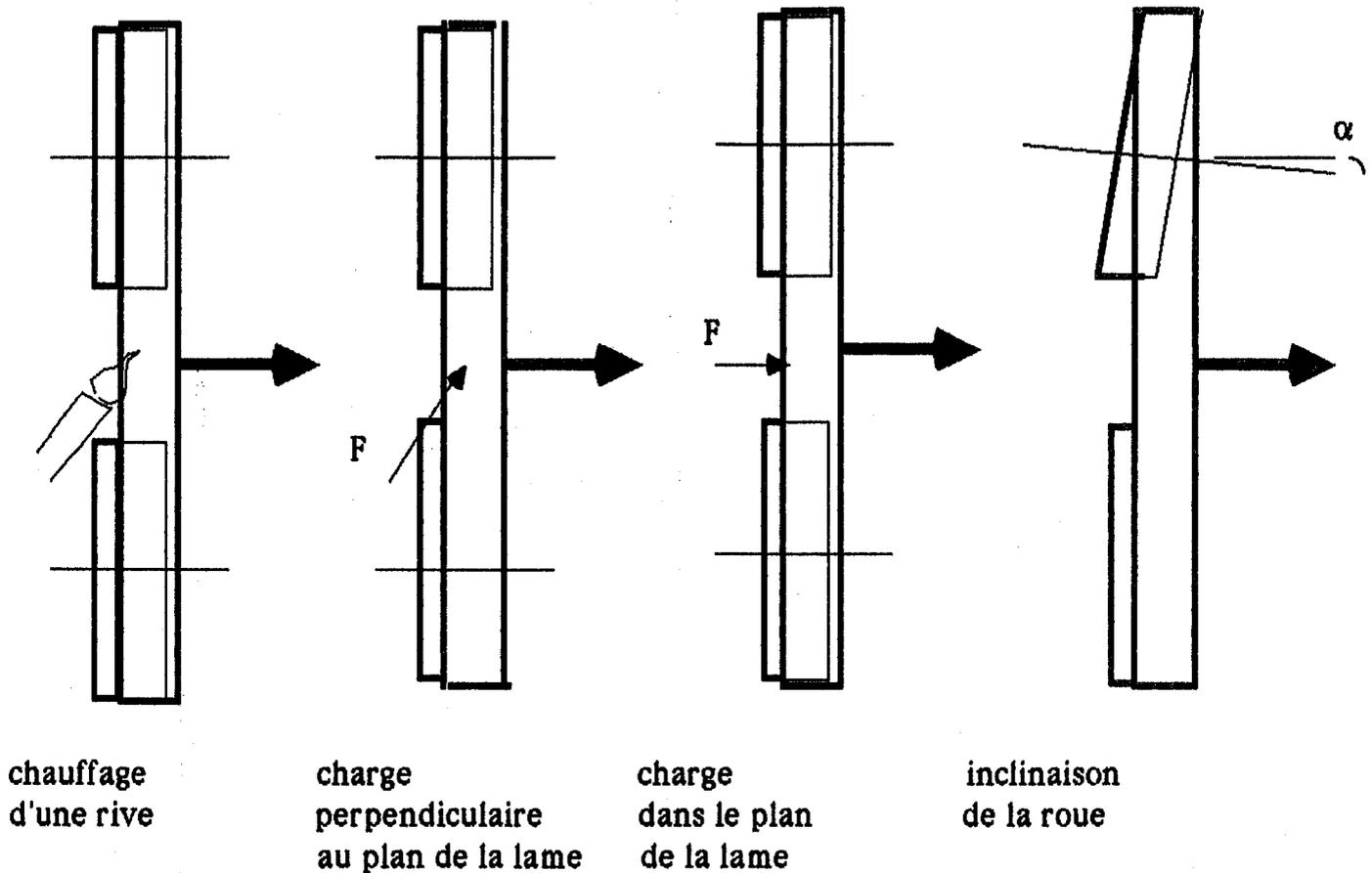


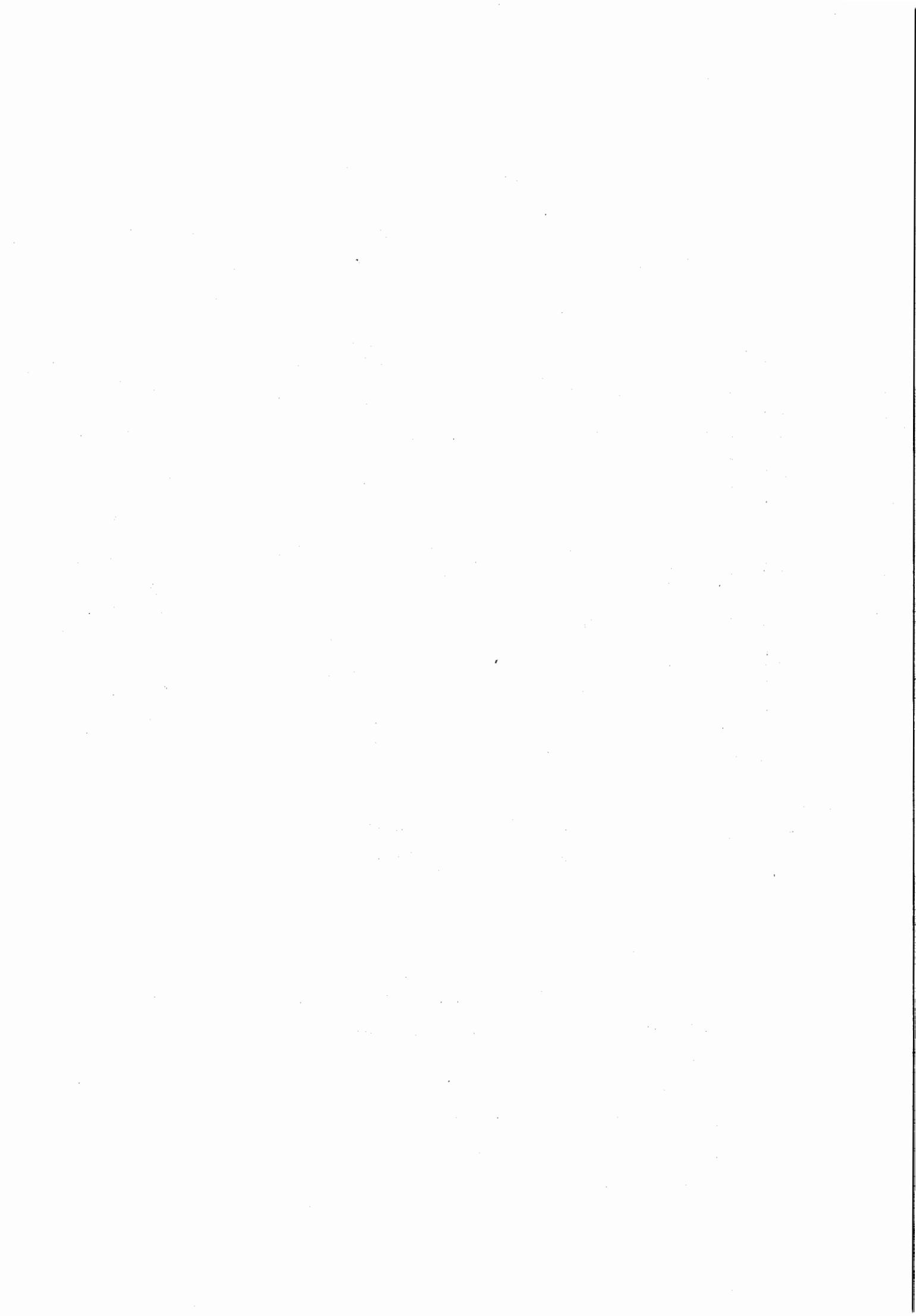
Figure 8

Une attention particulière est apportée aux effets de l'inclinaison  $\alpha$  de la roue et d'une charge appliquée  $F$  sur une rive parallèlement à la direction d'amenage:

lorsqu'on incline la roue, la lame se déplace vers le bas,

lorsqu'on applique  $F$ , la lame se déplace dans le sens de  $F$ .

Les deux déplacements sont très analogues. Pour essayer d'interpréter cette analogie, on relie l'inclinaison  $\alpha$  à la poussée  $F$  qui provoque le même déplacement en écrivant l'égalité des moments d'extrémités produits par les deux effets.



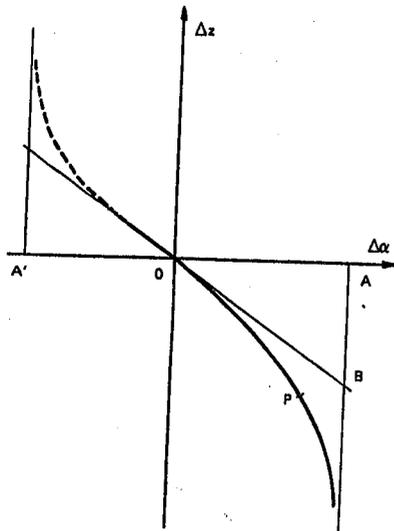


Figure 9.a

Diagramme de performance théorique  
(d'après 23)

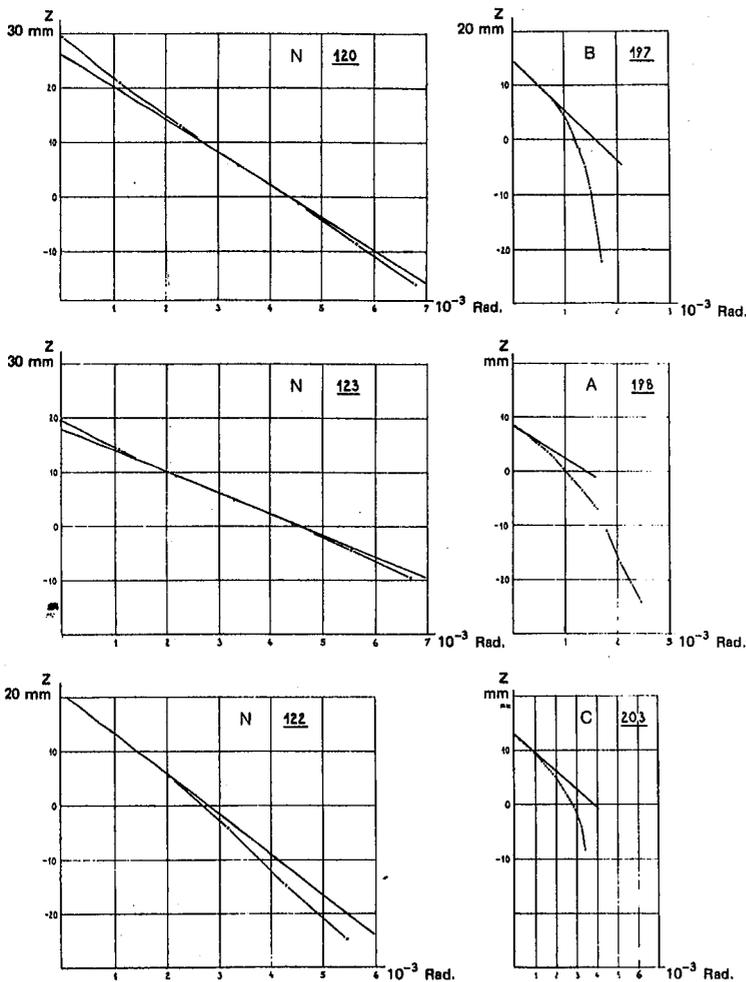


Figure 9.b

Exemples de diagrammes de performance expérimentaux  
(d'après 23)

Figure 6 – Comparaison des diagrammes de performance obtenus sur la scie de 2,40 m (lame N à gauche) et sur la scie de 1,50 m (lames A, B et C à droite)

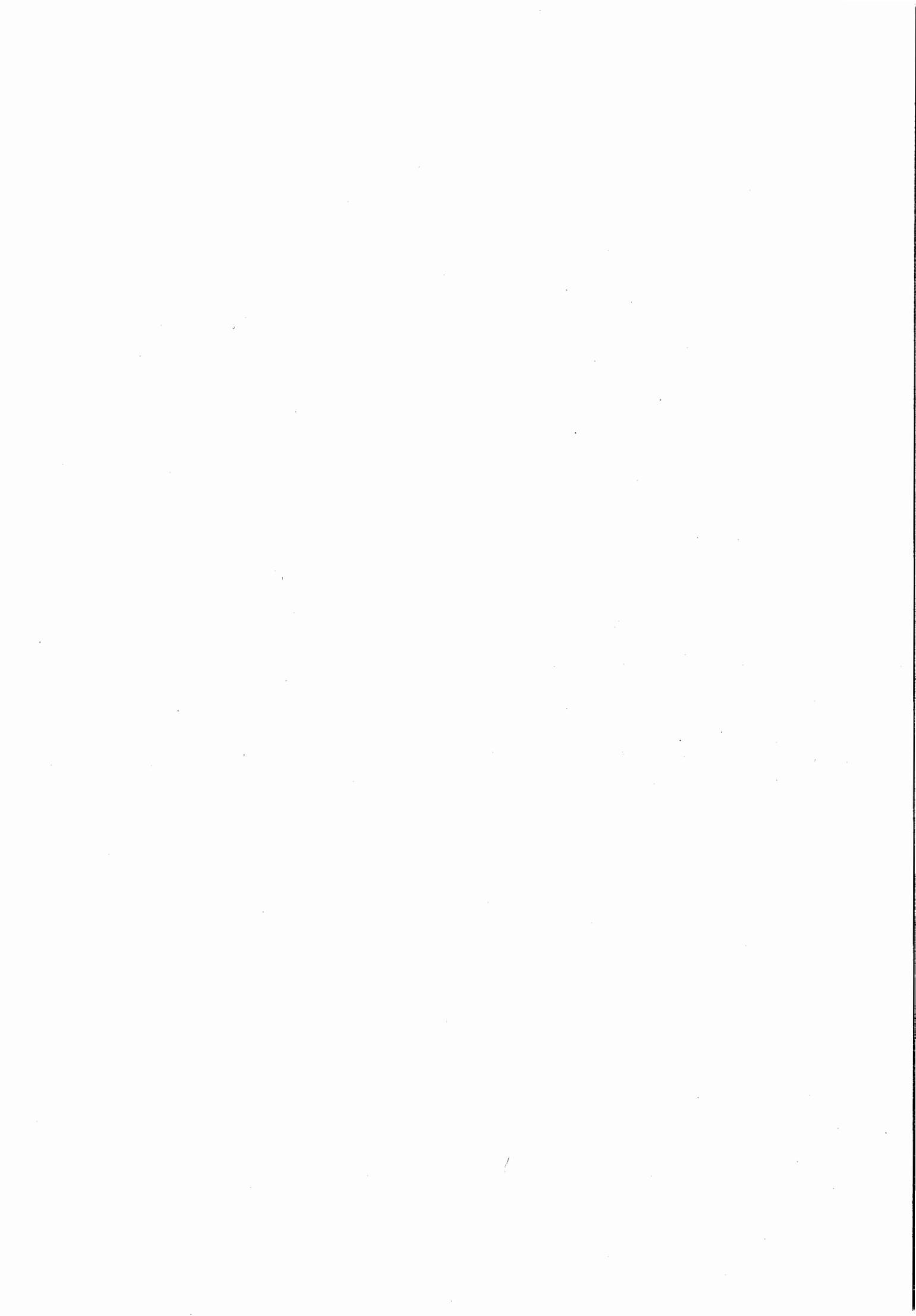
Comparaison des diagrammes de performance obtenus sur la scie de 2,40 m (lame N à gauche) et sur la scie de 1,50 m (lames A, B et C à droite).

En abscisse : variation de l'inclinaison du volent supérieur.

En ordonnée : déplacement de la lame. Le zéro correspond à la position centrale pour le ruban de 2,40 m bi-coupe et à une sortie vers l'avant de 1 cm pour la dédoubleuse de 1,50 m.

- Essai 120 : lame non tensionnée – 280 x 1,8 mm – Tension 25 kN
- Essai 123 : lame tensionnée – 260 x 1,8 mm – Tension 26 kN
- Essai 122 : lame tensionnée – 260 x 1,8 mm – Tension 15 kN
- Essai 198 : lame tensionnée – 217 x 1,8 mm – Tension 22,5 kN
- Essai 197 : lame non tensionnée – 217 x 1,8 mm – Tension 22,5 kN
- Essai 203 : lame non tensionnée – 167 x 1,3 mm – Tension 22,5 kN

Pour la comparaison des lames B et C les échelles ont été ajustées suivant la formule donnée dans le texte.



Tous calculs faits,

$$\delta\alpha \approx E B \frac{3 h}{12 (L + \pi R)} = \frac{F L}{8} (1 - \epsilon)$$

E module d'Young de l'acier, B largeur de la lame, h épaisseur de la lame, L distance entre les poulies,  $\epsilon$  valeur faible qui dépend de la tension de montage et des dimensions de la lame.

On imagine alors que le diagramme Z (déplacement de la lame) fonction de  $\alpha$  (inclinaison de la roue) (figure 9) est un bon indicateur de la tenue de la lame sur ses volants, car l'effet d'une poussée F est ce qui contribue le plus au déplacement de la lame pendant le sciage. Les performances de la lame seront d'autant plus élevées que:

- la pente de la tangente au point d'inflexion est faible
- la position "normale" de la lame sur la scie est voisine de ce point d'inflexion.

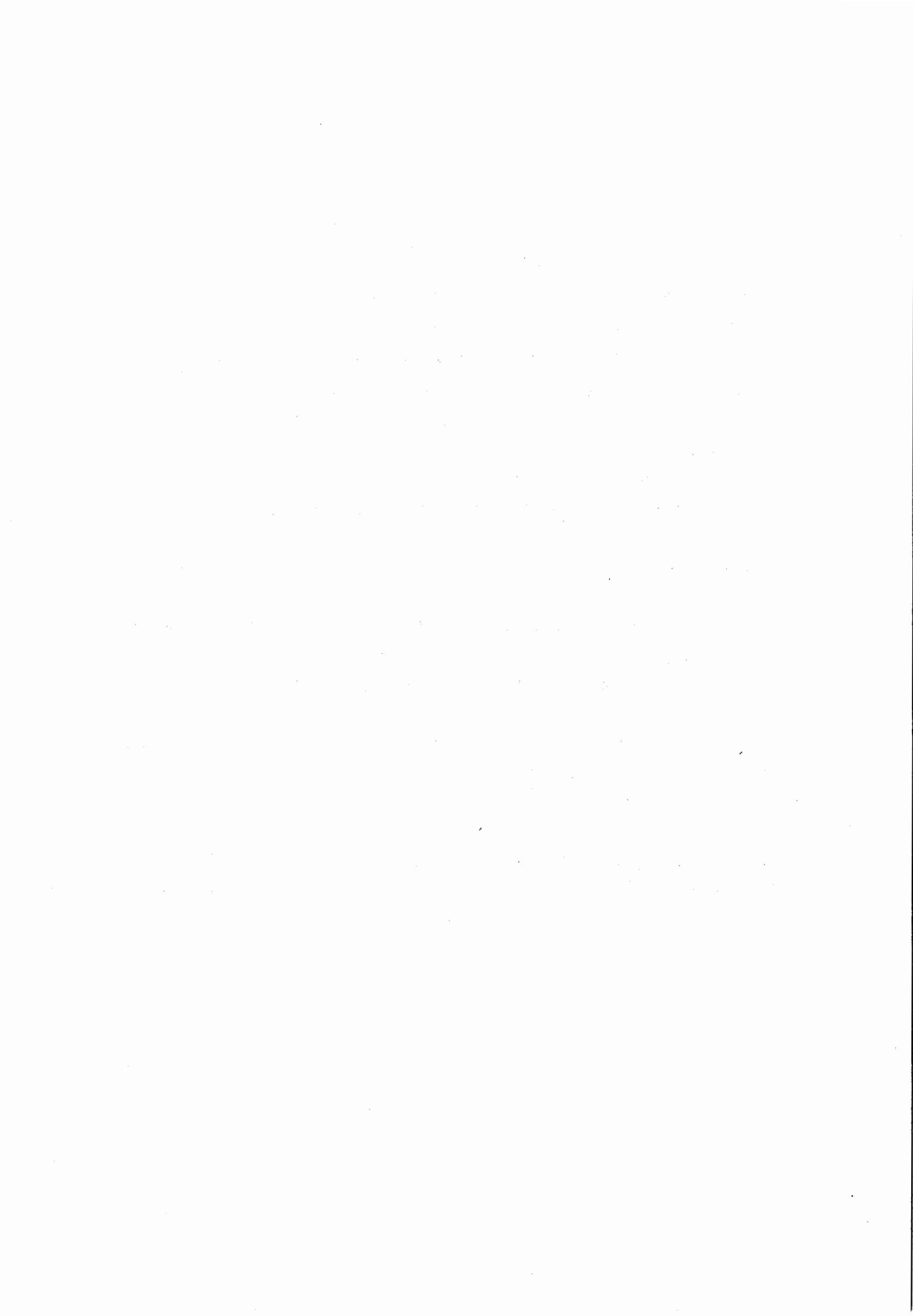
Ce diagramme de performance est facile à obtenir et présente donc un intérêt certain pour les affûteurs des industries et des centres de formation.

Il reste que la poussée parallèle au plan de la lame n'est pas le seul élément à prendre en compte, l'étude ne répond pas par exemple aux questions suivantes:

- quel est l'intérêt du bombé des volants par rapport aux jantes plates?

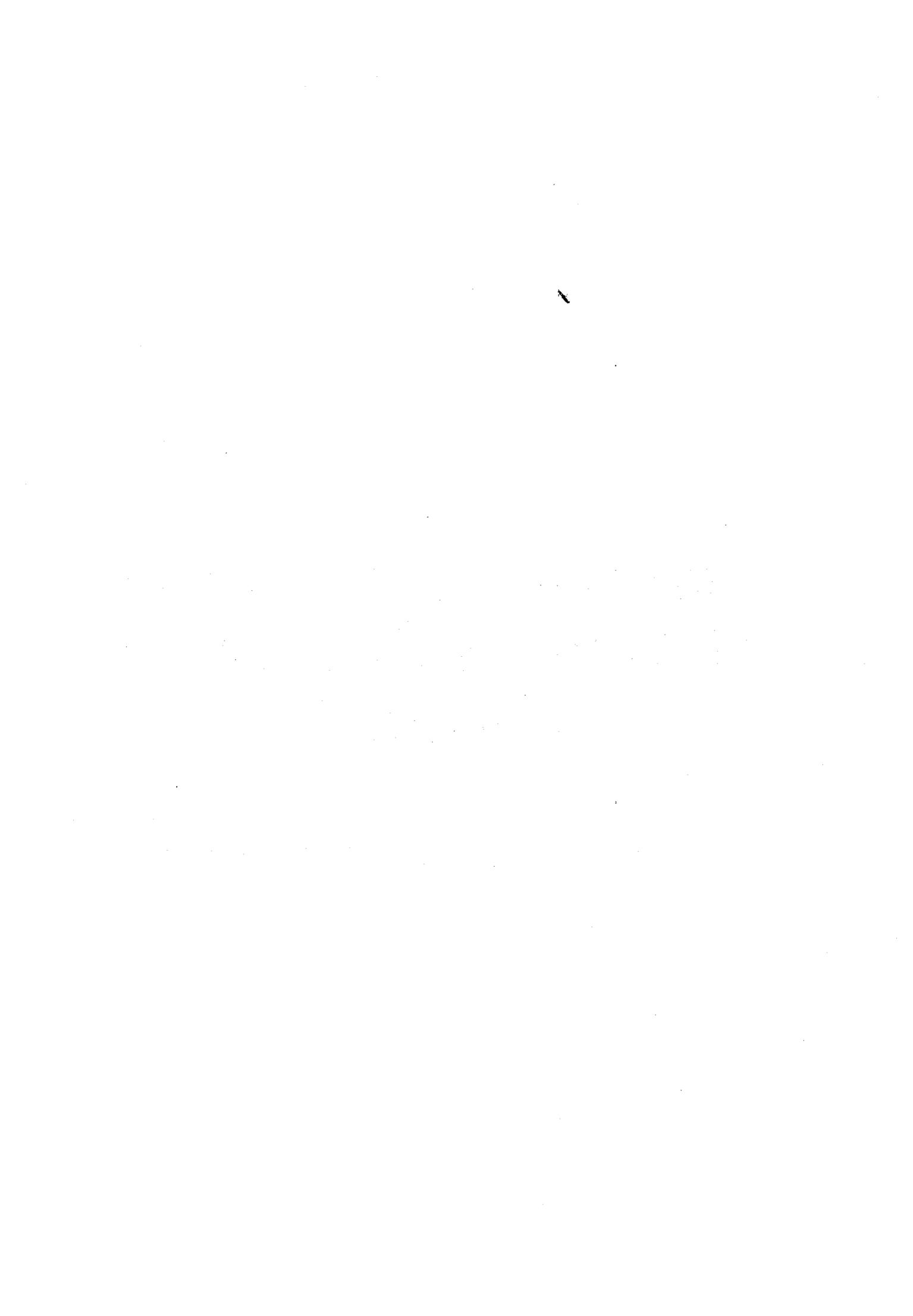
- une tension de montage plus forte, ou un tensionnage plus élevé améliorent la tenue de la lame, mais à effort maximal égal dans le ruban, vaut-il mieux tensionner ou tendre la lame?

Pour conclure, signalons que les mouvements des rubans sur leurs poulies font l'objet de travaux à Kyoto [26] (mise au point d'un système de régulation automatique du déplacement de la lame en charge en agissant sur l'angle d'inclinaison pendant le sciage).



**CONTRAINTES DANS UN RUBAN  
ENROULE SUR SES POULIES, TENDU  
ET IMMOBILE.**

influence du tensionnage et du bombé des poulies



## 1. POSITION DU PROBLEME :

### 1.1 Quel problème ?

L'introduction a montré que :

- la dynamique des rubans fait l'objet de développements "pointus" et complexes qui ne peuvent être poursuivis que par des équipes spécialisées dans la mécanique des vibrations.

- le déversement de la lame a fait cette année l'objet du D.E.A. de D. Garin [10]. Il reste à vérifier expérimentalement ses résultats et à les adapter à la lame en mouvement.

- le comportement de la lame en fatigue est un problème bien résolu. La description des efforts dans la lame peut sans doute être affinée.

- le problème de la tenue des rubans sur leurs poulies reste le plus vierge. Si nous voulons l'aborder d'un point de vue théorique, il est nécessaire d'avoir une bonne idée de l'état mécanique du ruban sur ses volants. Il est par ailleurs raisonnable de commencer par considérer l'état statique.

D'autre part, le niveau optimal de tensionnage et la valeur optimale du bombé des poulies pour une scie et une lame donnée, en fonction de la tension de montage sont inconnus. Nous avons donc choisi d'étudier particulièrement ces paramètres.

Les résultats expérimentaux de D. Garin donnant les déformations longitudinales dans une lame statique aux diverses positions A,B,C,D,E,F (figure 10) montrent que le ruban en fonctionnement passe par deux états mécaniques distincts:

l'état "brin libre" en A, l'état "sur les poulies" en F, avec une zone de transition autour du point D.



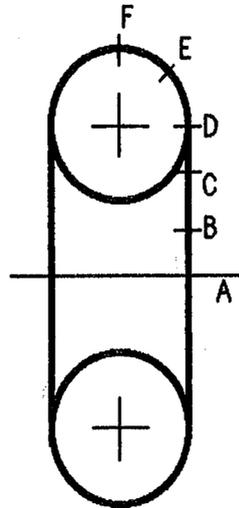


figure 10

Nous nous démarquons des travaux antérieurs sur la fatigue en pensant que l'état F ne peut pas se déduire a-priori de A simplement par continuité et addition des effets de la flexion et du bombé : l'action de contact lame-poulie qui n'existe pas dans le brin libre est à prendre en compte.

La question est la suivante :

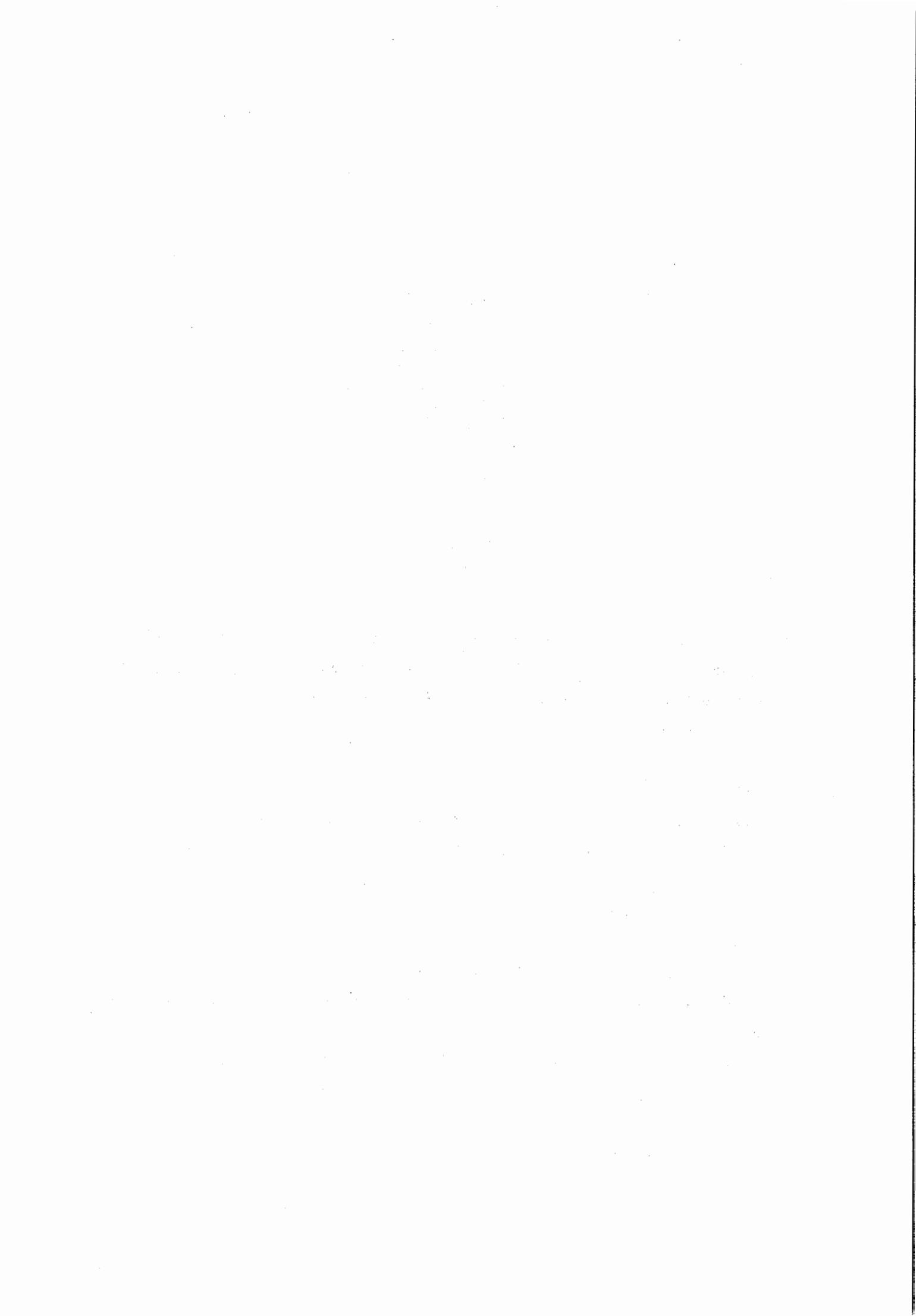
**Quel est l'état des contraintes et des déformations dans une lame immobile, éventuellement tensionnée, tendue sur des poulies éventuellement bombées ?**

### 1.2 Hypothèses

L'état initial est représenté sur les figures 11 a et 11 b. Il veut représenter la lame simplement fléchie sur ses poulies, non tendue, mais déjà fléchie selon le rayon de courbure des poulies.

*La lame n'a alors aucune raison d'épouser le profil de la poulie : il reste un "jour".* Les raisons de ce jour sont triples :

a) le bombé des poulies



b) la courbure anticlastique : même lorsqu'elle est non tensionnée posée sur une poulie plate, la lame non tendue ne prend pas le profil de la poulie. En effet, l'étude mécanique de la flexion des plaques minces (Annexe 2) montre qu'une plaque rectangulaire initialement plane dans un état naturel fléchit dans une direction selon une courbure  $1/R$  présente dans l'autre direction une courbure de signe opposée, de valeur  $-\nu/R$  aux bords ( $\nu$ : coefficient de Poisson). La lame a donc une courbure transverse de concavité dirigée vers l'extérieur des poulies (figure 11b).

c) le tensionnage: nous avons vu que le tensionnage consiste à étirer l'âme d'un ruban. Sur une lame plane, les bordures s'opposent à l'allongement de l'âme: la plaque est donc soumise à des contraintes de compression au niveau de l'âme, équilibrées par des contraintes de tension sur les bords (figure 12), cet équilibre permet de nommer ces contraintes "pré-contraintes" ou "contraintes internes".

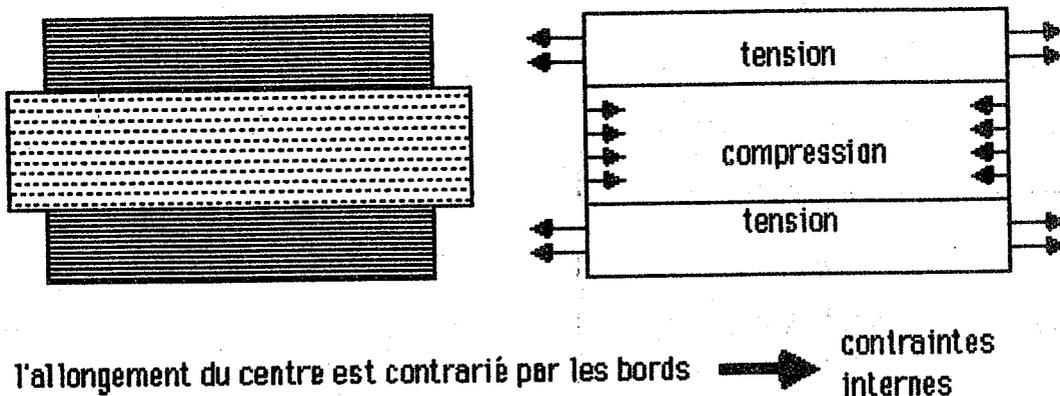
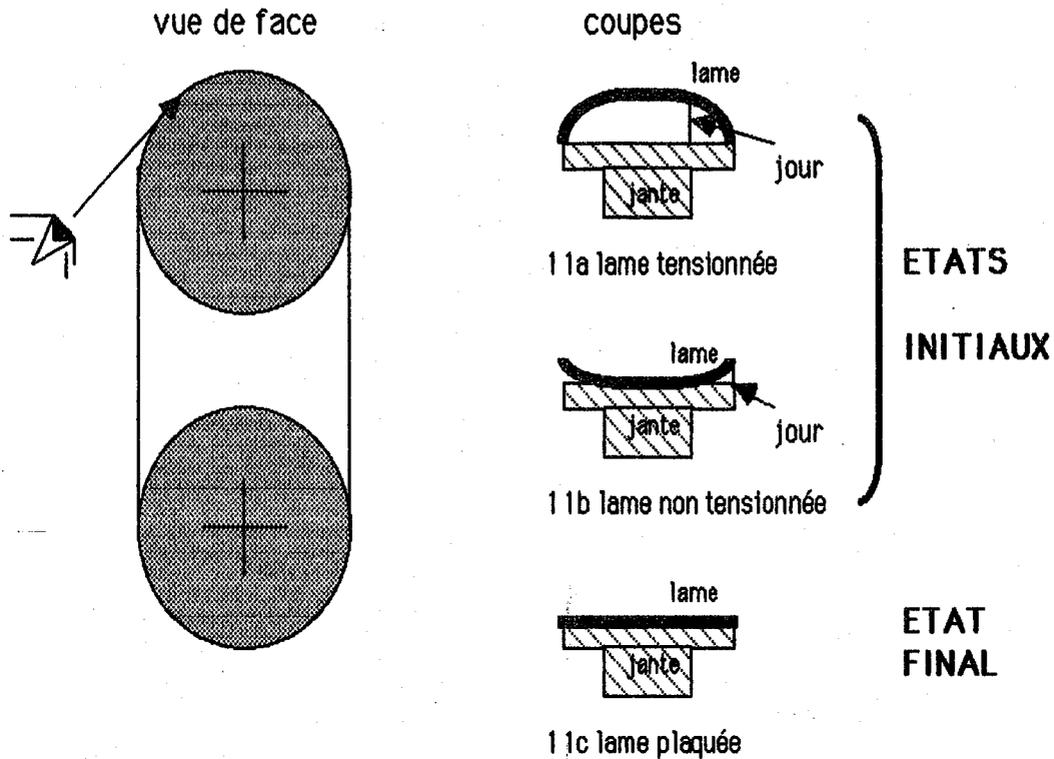


figure 12

En fait, un ruban sans fin n'est pas une plaque plane. Il réagit à l'allongement permanent de l'âme en prenant une courbure transverse (il a alors la forme d'une portion de tore). Ce phénomène permet aux affûteurs de contrôler le tensionnage en évaluant la flèche de cette courbure [1], [4], [9]. L'effet s'oppose à l'effet Poisson de la flexion décrit au a): pour un tensionnage suffisant, la concavité de la courbure transverse est dirigée vers l'intérieur de la poulie (figure 11a)





figures 11

L'état final (figure 1 1c) représente la lame tendue sur ses poulies.

Remarquons au passage que les deux états ne décrivent ni l'un ni l'autre une situation réelle: la lame n'est pas fléchie partout au rayon des poulies, sa courbure passe continuellement de la valeur  $1/R$  en F à 0 en A. De ce point de vue, la forme réelle du ruban (figure 13) et son état mécanique dans le brin libre ont été étudiés [28]. Nous nous attendons à ce que nos calculs décrivent bien l'état des points F ou E de la figure 10, mais pas la zone de transition.

*Le système considéré est une portion de ruban enroulé sur une demie poulie, assimilé à une coque mince cylindrique circulaire élastique, avec les hypothèses de la théorie classique (voir Annexe 1). En effet, la lame possède dans l'état initial deux courbures (longitudinale selon le rayon des volants et transverse), et nous désirons mettre en évidence dans l'état final des distributions d'efforts selon sa largeur: la Résistance Des Matériaux classique n'est donc pas adaptée.*



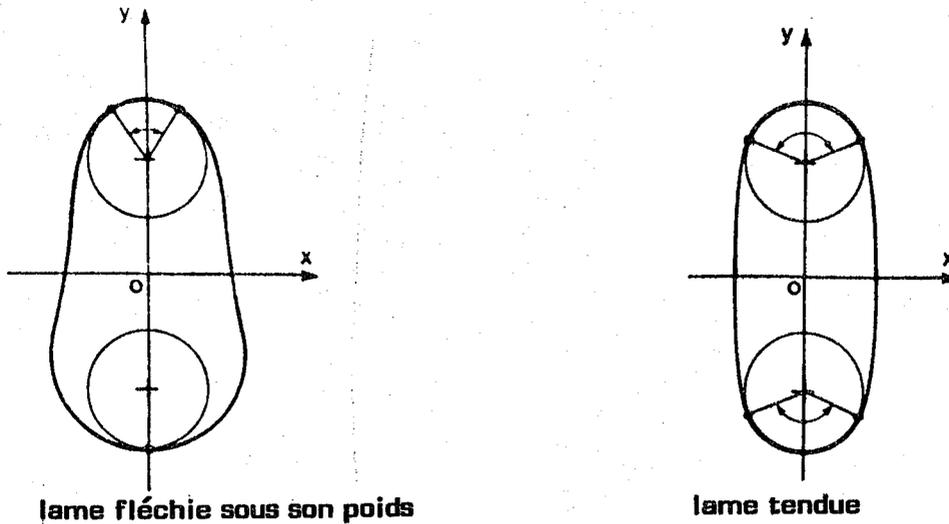


Figure 13 : Formes réelles d'un ruban

La méthode de résolution choisie est analytique: le but est d'obtenir une solution approchée et facile à interpréter physiquement.

### Hypothèses:

**H1** : L'état initial est naturel (contraintes nulles). Nous admettrons que l'on peut superposer simplement une contrainte de flexion mesurée ou calculée [3], [6], [10].

La description du tensionnage est dès lors originale: nous postulons que le tensionnage ne sert pas à précontraindre la lame, mais à lui donner une courbure transverse. On verra dans la discussion que cette approche ne contredit pas les autres démarches [6], [11], [27], et peut contribuer à éclairer les pratiques courantes.

**H2** : La tension de montage est suffisante pour appliquer totalement la lame.

Il se pose alors une question supplémentaire: quelle est la tension minimale pour résorber totalement un jour donné.

**H3** : Le contact lame-volant s'effectue sans frottements.

Le but est d'expliciter ce qui ne dépend pas du frottement. Les études d'A. Chardin [23] n'observent aucune différence de tenue de la lame fonction de la nature du contact (sec ou lubrifié); d'autres effets sont peut-être prépondérants même si l'entraînement de la lame s'effectue par adhérence.



**H4** : Les poulies ne sont pas inclinées, mais elles peuvent présenter un profil bombé.

**H5** : La flèche du bombé est au centre, le tensionnage est symétrique dans la largeur de la lame.

**H6** : la courbure transverse de la lame, comme le profil de la poulie ne varie pas de D à F (point définis sur la figure 10), la lame est posée initialement dans sa position d'équilibre, le jour ne varie donc pas de D à F.

## 2. FORMULATION - HYPOTHESES SUPPLEMENTAIRES

### 2.1 Notations

Géométrie de la lame : figure 14

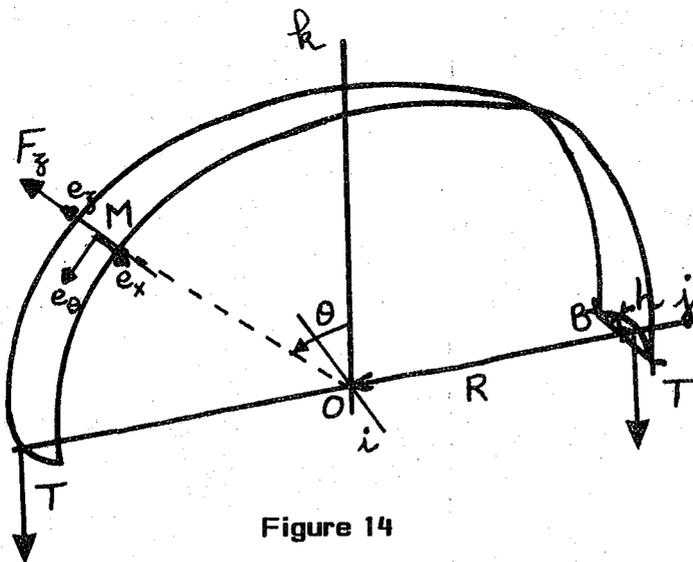


Figure 14

$R$  : rayon des poulies

$B$  : largeur de la lame

$h$  : épaisseur de la lame

$(0, i, j, k)$  : référentiel orthonormé fixe lié à la poulie

$(M, e_\theta, e_x, e_z)$  : repère orthonormé direct local associé aux coordonnées cylindriques .

alors un point  $M$  de la lame moyenne est repéré par  $\theta, x, z$ .

$x$  et  $z$  sont pris sans dimension car rapportés au rayon des volants  $R$ .



Les composantes dans le repère  $(M, e_\theta, e_x, e_z)$  du déplacement d'un point  $M$  de la lame moyenne entre les états initiaux et finaux sont notés  $u, v, w$ , pris sans dimension car rapportés à  $R$ .

**Efforts intérieurs généralisés : figure 15**

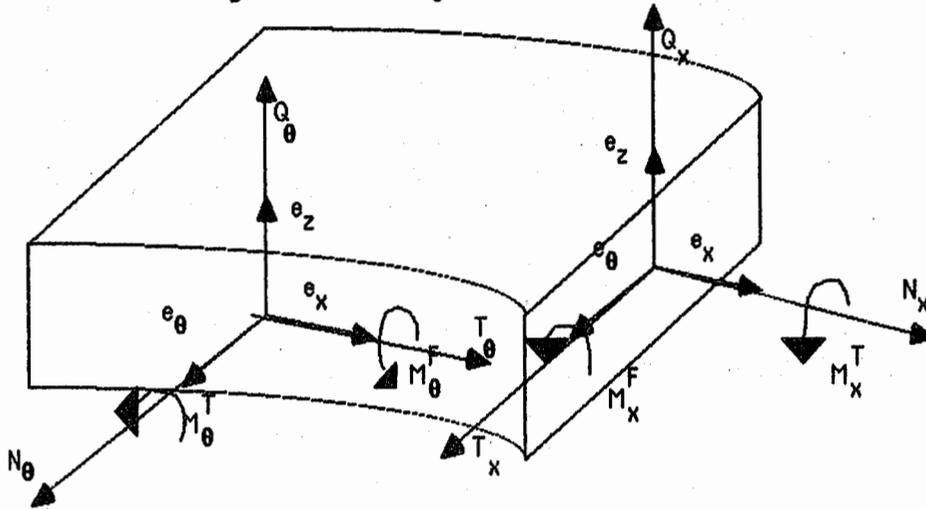


figure 15 : efforts intérieurs généralisés sur des coupures d'orientation  $e_x$ ,  $e_\theta$

$N_x$ ,  $T_x$ ,  $Q_x$  : efforts linéiques normal, tranchant et transverse agissant sur une coupure d'orientation  $e_x$  (N/m)

$N_\theta$ ,  $T_\theta$ ,  $Q_\theta$  : efforts linéiques normal, tranchant et transverse agissant sur une coupure d'orientation  $e_\theta$  (N/m)

$M_x^T$ ,  $M_x^F$  : moments linéiques de torsion et de flexion sur une coupure d'orientation  $e_x$  (N)

$M_\theta^T$ ,  $M_\theta^F$  : moments linéiques de torsion et de flexion sur une coupure d'orientation  $e_\theta$  (N)

**Efforts extérieurs :**

$F$  est la réaction de la poulie (force surfacique),  $F_x$ ,  $F_\theta$ ,  $F_z$  ses composantes (N/m<sup>2</sup>).

$T$  est la tension de montage dans un brin (N), la réaction totale appliquée par les poulies est  $2T$ .



**Caractéristiques de la coque :**

$E$  : module d'Young de l'acier,  $\nu$  coefficient de Poisson

$$K = \frac{E h}{1 - \nu^2} : \text{rigidité de membrane} \quad (\text{N/m})$$

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)} : \text{rigidité de flexion} \quad (\text{N.m})$$

$$A = \frac{h^2}{12 R^2} : \text{paramètre de forme } (A \ll 1, A < 10^{-7}), \text{ sans dimension}$$

**2.2 Equations générales – simplifications**

Les hypothèses et les calculs sont développés dans l'annexe 1. On rappelle ici :

- les équations d'équilibre d'un petit élément de coque cylindrique circulaire exprimées en termes d'efforts donnant les solutions statiquement admissibles :

$$R F_{\theta} + \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial T_x}{\partial x} + Q_{\theta} = 0 \quad (1)$$

$$R F_x + \frac{\partial T_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$R F_z - N_{\theta} + \frac{\partial Q_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$R Q_{\theta} = \frac{\partial M_{\theta}^F}{\partial \theta} + \frac{\partial M_x^T}{\partial x} \quad (4)$$

$$R Q_x = -\frac{\partial M_{\theta}^T}{\partial \theta} - \frac{\partial M_x^F}{\partial x} \quad (5)$$



- les hypothèses cinématiques (Annexe 1) permettent d'écrire les efforts en fonction des déplacements  $u, v, w$  d'un point de la coque moyenne:

$$N_{\theta} = K \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + w + v \frac{\partial v}{\partial x} + A \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w \right) \right) \quad (6)$$

$$T_{\theta} = \frac{1-v}{2} K \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \theta} + A \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial x} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right) \quad (7)$$

$$N_x = K \left( \frac{\partial v}{\partial x} + v w + v \frac{\partial u}{\partial \theta} - A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (8)$$

$$T_x = \frac{1-v}{2} K \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - A \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) \quad (9)$$

$$M_{\theta}^T = \frac{1-v}{2} \frac{D}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial x} \right) \quad (10)$$

$$M_{\theta}^F = - \frac{D}{R} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (11)$$

$$M_x^T = \frac{1-v}{2} \frac{D}{R} \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial x} \right) \quad (12)$$

$$M_x^F = \frac{D}{R} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial x} + v \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right) \quad (13)$$



- d'où trois équations d'équilibre en terme des déplacements  $u, v, w$  :

$$\frac{R F_{\theta}}{K} + \frac{1-\nu}{2} (1+3A) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial x} + \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{3-\nu}{2} A \frac{\partial^3 w}{\partial \theta \partial x^2} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{R F_x}{K} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial x} + \frac{1-\nu}{2} A \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial w}{\partial x} - A \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial x} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{R F_z}{K} - \frac{\partial u}{\partial \theta} - w - \nu \frac{\partial v}{\partial x} + A \left( -w + \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^2 \partial x} + \frac{3-\nu}{2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta \partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2 \partial x^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) = 0 \quad (16)$$

$F_{\theta}, F_x, F_z$  sont les composantes de la réaction volant-lame.

D'après H3,  $F_{\theta} = F_x = 0$ .  $F_z$  est une inconnue du problème, fonction paire en  $\theta$ .

L'équilibre des forces extérieures s'écrit:

$$\iint R^2 F_z \cos \theta \, d\theta \, dx = 2T \quad (17)$$

$w$ , déplacement radial d'un point moyen de la lame, est donné:  $w$  est négatif et  $|w|$  est le jour qui se résorbe.

D'après H5,  $w$  est une fonction paire en  $x$ .

La position relative de la lame sur sa poulie est connue, le jour se calcule simplement en fonction du profil de la poulie et de celui de la lame.

D'après H6,  $w$  ne dépend pas de  $\theta$ .



### 2.3 Système à résoudre :

(14), (15), (16) se simplifient alors :

$$\frac{1-\nu}{2} (1+3A) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial x} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} (1+A) \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial x} + \nu \frac{\partial w}{\partial x} - A \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{R F_z}{K} - \frac{\partial u}{\partial \theta} - w - \nu \frac{\partial v}{\partial x} + A \left( -w + \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^2 \partial x} + \frac{3-\nu}{2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta \partial x^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = 0 \quad (20)$$

qui se résoudra en  $u$  et  $v$  sur (18) et (19),  $F_z$  étant donné par (20), moyennant les conditions aux limites suivantes :

- les conditions de bords libres en  $x = \pm B/2R$  se traduisent par

$$\forall \theta, N_x \left( \theta, \pm \frac{B}{2R} \right) = 0 \quad (21) \quad \text{et} \quad T_x \left( \theta, \pm \frac{B}{2R} \right) = 0 \quad (22)$$

- les extrémités  $\theta = \pm \pi/2$  sont soumises à un effort parallèle à  $k$ . Nous poserons

$$\forall x, T_\theta \left( \pm \frac{\pi}{2}, x \right) = 0 \quad (23)$$

et la condition intégrale :

$$\int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} N_\theta \left( \pm \frac{\pi}{2}, x \right) d(Rx) = T \quad (24)$$



### 3. RESOLUTION

#### 3.1 Méthode générale

D'après les conditions aux limites (22) et (23), les efforts tranchants  $T_x$  et  $T_\theta$  sont nuls sur leurs bords respectifs. Nous allons chercher une solution approchée où

$$T_x = T_\theta = 0 \quad \text{dans l'ensemble de la coque.}$$

Cette condition équivaut en termes de déplacements d'après (7) et (9) à :

$$\frac{du}{dx} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dv}{d\theta} = 0 \quad \text{en tout point.}$$

et alors  $M^T_x = M^T_\theta = 0$  en tout point d'après (10) et (12).

On espère donc trouver une solution où les cisaillements  $\sigma_{\theta x}$  sont nuls partout.

(22),(23) sont automatiquement vérifiées.

Le système (18), (19), (20) se résout simplement compte tenu de (21).

$$u = U_1 \theta \quad (25) \quad U_1: \text{constante d'intégration}$$

$$v = -v \int_0^x w \, dx + A \frac{dw}{dx}(x) - v U_1 x \quad (26)$$

$$\frac{R F_z}{K} = (1 - v^2) U_1 + (1 - v^2 + A) w - 2 v A \frac{d^2 w}{dx^2} + A \frac{d^4 w}{dx^4} \quad (27)$$

or  $A \ll 1 - v^2$

et  $2 v A \frac{d^2 w}{dx^2}$  est négligeable

( ce terme provient de contribution de  $v$  à  $N_\theta$  et  $M^F_x$ , il est environ  $10^{-4}$  fois inférieur au terme en  $w$  et est également négligé par R.O. Foschi [27] son équation traduisant des conditions analogues ( cf discussion) étant sans doute établie par des méthodes énergétiques).



Alors :

$$F_z = \frac{K}{R} \left[ (1 - \nu^2) U_1 + (1 - \nu^2) w + A \frac{d^4 w}{dx^4} \right] \quad (28)$$

écrivons alors (17) et (23):

$$(17) : \frac{T}{KR} = 2U_1 (1 - \nu^2) \frac{B}{2R} + 2(1 - \nu^2) \int_{-\frac{B}{2R}}^{+\frac{B}{2R}} w \, dx + 2A \int_{-\frac{B}{2R}}^{+\frac{B}{2R}} \frac{d^4 w}{dx^4} \, dx$$

$$(23) : \frac{T}{KR} = 2U_1 (1 - \nu^2) \frac{B}{2R} + 2(1 - \nu^2) \int_{-\frac{B}{2R}}^{+\frac{B}{2R}} w \, dx$$

(17) et (23) sont en général incompatibles.

En effet, la solution "sans cisaillements" donne des efforts  $N_\theta$  et une action de contact  $F_z$

indépendants de  $\theta$ . Dès lors (17) se traduit par  $\int R F_z = \int N_\theta$  et (23) par

$$\int R F_z = \int N_\theta + \int \frac{KA}{R} \frac{d^4 w}{dx^4}, \text{ le terme en } \frac{d^4 w}{dx^4} \text{ venant de la contribution du moment } M_x^F \text{ à l'équilibre sur } Me_z.$$

Les deux conditions seront compatibles si :

$$\int_{-\frac{B}{2R}}^{+\frac{B}{2R}} \frac{d^4 w}{dx^4} \, dx = 0 \quad (29)$$



$x$  est assez petit devant 1 ( $B/2R$  est de l'ordre d'1/10ème) et les courbures transverses sont faibles nous nous donnerons donc  $w$  par le premier terme non nul de son développement limité en  $x$ , soit  $w$  polynôme en  $x^2$  ce qui semble raisonnable compte tenu des courbures préconisées [9] ou mesurées par Allen [29].

Dès lors, (17) ou (23) donnent la constante  $U_1$ , le problème est complètement résolu et la solution est très simple:

- pas d'efforts tranchants  $T_x$  et  $T_\theta$ , pas de moments de torsion  $M_x^T$  et  $M_\theta^T$
- pas d'effort normal  $N_x$
- des moments fléchissants
- une action de contact qui se transmet intégralement en effort normal de tension  $N_\theta$ ,

grâce à la courbure des poulies de rayon  $R$ .

### 3.2 Tension minimum pour appliquer la lame :

Nous avons supposé (H2) que  $T$  était connue et suffisante pour complètement appliquer la lame sur le profil des poulies.

#### Quelle est la tension $T_{\min}$ minimum pour plaquer la lame?

L'hypothèse "la lame est *juste* plaquée" signifie que l'action de contact  $F_z$  est naturellement partout positive et nulle en son minimum.

La constante d'intégration (notée  $U_2 = U_{\text{minimum}}$ ) se déterminera donc par la condition:

$$F_z = \frac{K(1-\nu^2)}{R} (U_2 + w(x)) \text{ s'annule en son minimum}$$

soit  $U_2 = W/R$ ,  $W$  étant la valeur maximale du jour initial entre la poulie et la lame ( $W > 0$ ,  $W$  en mm).

Une tension supérieure à  $T_{\min}$  se traduit par  $U_1 > U_2$ , donc

$$F_z = F_{z \text{ minimum}} + \frac{K(1-\nu^2)}{R} (U_1 - U_2) \text{ et } N_\theta = N_{\theta \text{ minimum}} + K(1-\nu^2)(U_1 - U_2)$$

Les distributions  $F_z$  et  $N_\theta$  subissent une simple translation : *le surplus de tension  $T - T_{\min}$  se distribue uniformément.*



### 3.3 Expressions des efforts

Nous nous placerons dans le cas où  $T = T_{\min}$ , sachant qu'il suffit si  $T > T_{\min}$  d'ajouter  $(T - T_{\min})/B$  à  $N_{\theta}$ ,  $(T - T_{\min})/BR$  à  $F_z$ .

Deux cas se présentent selon que le jour a sa concavité tournée vers l'extérieur ou l'intérieur des poulies, soit selon que le contact lame-volant s'effectue initialement sur une fibre moyenne, ou deux fibres de bordure.

#### cas 1 : contact au centre

C'est le cas d'un tensionnage très faible ou d'une absence de tensionnage: (figure 16)

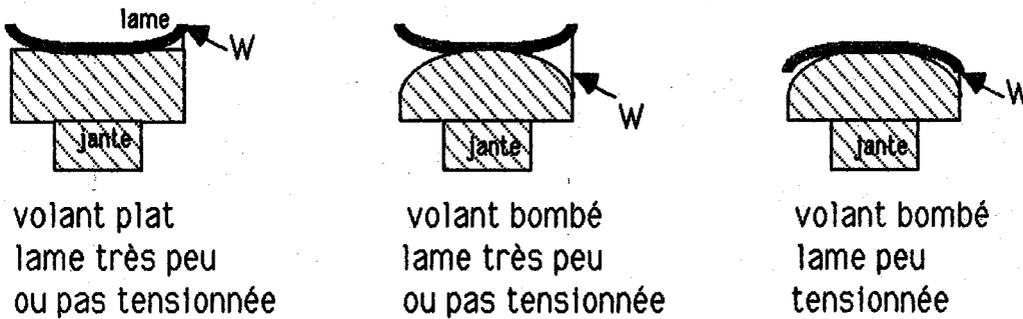


figure 16

$w$  est un polynôme en  $x^2$  nul en  $x=0$ , égal à  $-W/R$  en  $x = \pm B/2R$

$$\text{donc } w(x) = -\frac{W}{R} \frac{4R^2}{B^2} x^2 \quad (31) \quad \text{soit:}$$

$$N_{\theta} = E h \frac{W}{R} \left[ 1 - \frac{4R^2}{B^2} x^2 \right] = R F_z \quad (32) \quad \text{d'après (6), (25), (26), (28), (31)}$$

$N_{\theta}$  est un polynôme en  $x^2$  nul aux bords  $x = \pm B/2R$ , maximum et égal à  $EhW/R$  en  $x=0$ .

$$M_{\theta}^F = D \frac{W}{R^2} \left[ 8 \nu \frac{R^2}{B^2} + \frac{4R^2}{B^2} x^2 \right] \quad (33), \quad \text{d'après (11), (25), (26), (31), } M_{\theta}^F > 0$$

$\sigma_{\theta\theta} < 0$  (compression) sur la face du ruban en contact avec la poulie.



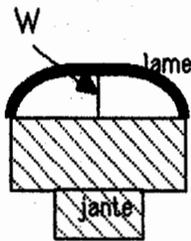
$$M_x^F = D \frac{W}{R^2} \left[ -v - 8 \frac{R^2}{B^2} - \frac{4R^2}{B^2} v x^2 \right] \quad (34) \text{ d'après (13), (25), (26), (31)}$$

$M_x^F < 0$ , soit  $\sigma_{xx} < 0$  (compression) sur la face du ruban en contact avec la poulie.

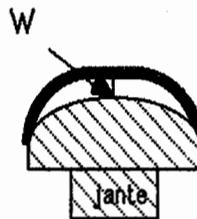
$$\text{et } T_{\min} = \frac{2}{3} E h \frac{W B}{R} \quad (35) \text{ d'après (17), (32)}$$

### cas 2 : contact aux bords

C'est le cas d'un tensionnage plus élevé:



volant plat  
lame tensionnée



volant bombé  
lame tensionnée

figure 17

$w$  est un polynôme en  $x^2$  nul en  $x = \pm B/2R$ , égal à  $-W/R$  en  $x=0$

$$\text{donc } w(x) = -\frac{W}{R} \left( 1 - \frac{4R^2}{B^2} x^2 \right) \quad (36) \quad \text{soit:}$$

$$N_\theta = E h \frac{W}{R} \frac{4R^2}{B^2} x^2 = R F_z \quad (37) \text{ d'après (6), (25), (26), (28), (36)}$$

$N_\theta$  est un polynôme en  $x^2$  nul en  $x=0$ , maximum et égal à  $EhW/R$  aux bords  $x = \pm B/2R$ .



$$M_{\theta}^F = D \frac{W}{R^2} \left[ 1 - 8v \frac{R^2}{B^2} - \frac{4R^2}{B^2} x^2 \right] \quad (38), \text{ d'après (11), (25), (26), (36)}$$

$M_{\theta}^F < 0$ ,  $\sigma_{\theta\theta} > 0$  (tension) sur la face du ruban en contact avec la poulie.

$$M_x^F = D \frac{W}{R^2} \left[ -v + 8 \frac{R^2}{B^2} - \frac{4R^2}{B^2} v x^2 \right] \quad (39) \text{ d'après (13), (25), (26), (36)}$$

$M_x^F > 0$ ,  $\sigma_{xx} > 0$  (tension) sur la face du ruban en contact avec la poulie.

$$\text{et } T_{\min} = \frac{1}{3} E h \frac{W B}{R} \quad (40) \text{ d'après (17), (37)}$$

#### commentaires :

- les distributions d'efforts normaux  $N_{\theta}$  s'obtiennent en "retournant" la fonction jour  $|w(x)|$ , et en la "dilatant" par le coefficient  $E h$ .

La réaction  $F_z$  est égale à  $N_{\theta}/R$  et s'obtient donc de même avec le coefficient  $E h / R$ .

- Ces distributions sont des polynômes en  $x^2$  dont la courbure change de signe lorsqu'on passe des cas 1 aux cas 2. Dans les cas 1, les bordures de la lame sont moins tendues que l'âme, alors qu'elles sont plus tendues que l'âme dans les cas 2.

- les tensions  $T_{\min}$  sont, à jour équivalent, plus élevées dans les cas 1.

- les moments fléchissants varient très peu dans la largeur de la coque, le terme prépondérant est le terme constant en

$$\frac{d^2 w}{dx^2}$$



En effet,

$$M_x^F = \pm \frac{8W}{B^2} D = \frac{D}{R} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (\text{noté } m_x^F) \quad \text{et} \quad M_\theta^F = -\pm \frac{8\nu W}{B^2} D = -\nu \frac{D}{R} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (\text{noté } m_\theta^F)$$

car

$$\left| \frac{M_\theta^F - m_\theta^F}{m_\theta^F} \right| < \frac{B^2}{8\nu R^2} \quad (= 2\% \text{ pour } \frac{R}{B} = 5) \quad , \quad \left| \frac{M_x^F - m_x^F}{m_x^F} \right| < \nu \frac{B^2}{4R^2} \quad (= 0,4\% \text{ pour } \frac{R}{B} = 5)$$

### 3.3 Applications numériques - Ordres de grandeurs

Le tableau suivant résume les résultats utiles dans le cas où

$$R = 611 \text{ mm}, \quad B = 150 \text{ mm}, \quad h = 1,07 \text{ mm} \quad (E = 220000 \text{ MPa}, \nu = 0,28)$$

les différents  $W$  sont calculés par sommes ou différences des données suivantes choisies d'après [3], [10], [27].

$W_1$  : bombé de la poulie  $W_1 = 0,2 \text{ mm}$

$W_2$  : flèche de la courbure transverse due au tensionnage (mesurée au rayon des poulies)

$W_2 = -0,1 \text{ mm}$  pour une lame non tensionnée (courbure anticlastique)

$W_2 = 0,1 \text{ mm}$  pour une lame peu tensionnée

$W_2 = 0,7 \text{ mm}$  pour une lame tensionnée

$\sigma_{\theta \max - \text{normal}}$  est la contrainte de membrane à l'endroit où l'effort de tension est maximal :

$$\sigma_{\theta \max - \text{normal}} = N_{\theta \max} / h$$

$M_x^F$  et  $M_\theta^F$  sont pris égaux à  $m_x^F$  et  $m_\theta^F$

$\sigma_{\theta \max}$  est la contrainte maximale en traction selon  $e_\theta$  :

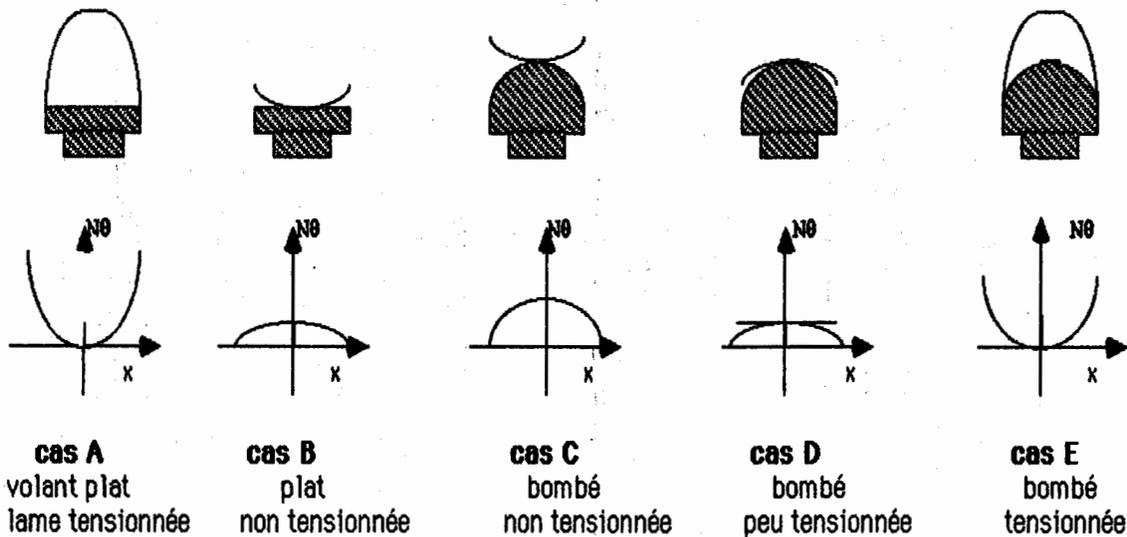
$$\sigma_{\theta \max} = 6 |m_\theta^F| / h^2 + \sigma_{\theta \max - \text{normal}}$$

$\sigma_{x \max}$  est la contrainte maximale en traction selon  $e_x$  :

$$\sigma_{x \max} = 6 |m_x^F| / h^2$$



Cas	W mm	$N_{\text{emax}}$ EhW/R daN/mm	$\sigma_{\text{emax-normal}}$ daN/mm <sup>2</sup>	$T_{\text{min}}$ kN	$M^F_x$ daN	$\sigma_{x\text{max}}$ daN/mm <sup>2</sup>	$M^F_{\theta}$ daN	$\sigma_{\theta\text{max}}$ daN/mm <sup>2</sup>
A	0,7	27,0	25,2	13,5	+0,61	3,2	-0,17	26,1
B	0,1	3,9	3,6	3,9	-0,09	0,5	+0,02	3,7
C	0,3	11,6	10,8	11,6	-0,26	1,4	+0,07	11,2
D	0,1	3,9	3,6	3,9	-0,09	0,5	+0,02	3,7
E	0,5	19,3	18,0	9,7	+0,43	2,3	-0,12	18,6



### 3.5 Bombé non symétrique - conclusion

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, les poulies sont souvent bombées au tiers-avant.

Pour reposer le problème comme au 1., 1, il faut connaître la position relative initiale de la lame sur ses poulies.



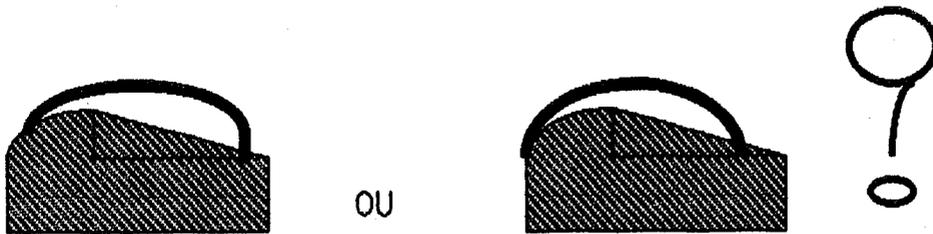


figure 18 (les profils sont très exagérés!)

Lorsqu'on connaît cette position, si l'hypothèse H6 reste valable (le jour ne dépend pas de la coordonnée  $\theta$ ),

- le jour initial peut être évalué (la courbure transverse de la lame est généralement connue dans un référentiel lié à la lame, alors que le profil de la poulie l'est dans un référentiel lié à la poulie; il faut bien tenir compte d'un paramètre donnant leur position relative)

- la résolution se déroule ensuite comme au 3. et est rigoureuse si

$$\int \frac{d^4 w}{dx^4} dx = 0$$

finalement dans tous les cas:

$$N_{\theta}(x) = R F_z(x) = \frac{E h}{R} (\text{jour max} - \text{jour}(x)) + \frac{T - T_{\min}}{B}$$

$$\text{et } T_{\min} = E \frac{h}{R} \int_{-\frac{B}{2R}}^{+\frac{B}{2R}} (\text{jour max} - \text{jour}(x)) dx$$



Une question demeure : **existe-t-il une position d'équilibre de la lame sur ses poulies?**  
**Notre méthode permet-elle de la déterminer?**

Nous avons considéré que la coque était cylindrique circulaire. Nous avons donc confondu le référentiel local en un point courant de la coque avec le repère classique des coordonnées cylindriques, soit les axes  $e_x$  et  $e'_x$ ,  $e_z$  et  $e'_z$  (figure 19).

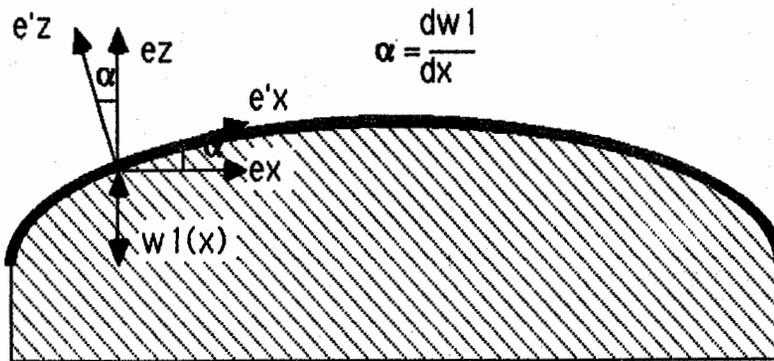


Figure 19

La réaction  $F_z$  calculée est donc la réaction du volant sur la coque, normale à la coque, supposée égale à sa projection sur  $e_z$ . Sa composante sur  $e_x$  a donc été négligée (de fait, nous sommes dans une hypothèse de petites déformations,  $\alpha$  reste très petit, de l'ordre de  $10^{-3}$  radian). Mais connaissant  $F_z$  et  $\alpha$ , on en a a-priori une estimation, la condition d'équilibre (résultante nulle sur  $e_x$ ) s'écrit :

$$\iint F_z \sin \alpha \, dx \, d\theta = 0 \quad \left( \alpha = \frac{dw_1}{dx}, w_1(x): \text{profil de la poulie} \right)$$

Attention, le profil de la poulie à considérer est le profil *vu par la lame*,  $\alpha$  et  $F_z$  dépendent donc tous les deux de la position relative.



**APPLICATIONS**  
**DISCUSSION**



## 1. PREMIERES REMARQUES

### 1.1 Tensions minimum

$$T_{\min} = \frac{2}{3} E h \frac{W B}{R} \quad \text{si le jour est nul en } x = 0 \quad : \text{ cas 1}$$

$$T_{\min} = \frac{1}{3} E h \frac{W B}{R} \quad \text{si le jour atteint son maximum en } x = 0 \quad : \text{ cas 2}$$

Les coefficients 2/3 et 1/3 viennent de l'intégration du polynôme en  $x^2$  (et sont donc très approximatifs), mais par contre, puisque  $T_{\min}$  est proportionnelle à la surface du jour à résorber, il est clair qu'à maximum de jour égal, les tensions minimum sont plus élevées pour les cas 1 que les cas 2: un jour dont la concavité est tournée vers l'extérieur des poulies (courbure anticlastique ou profil bombé) est plus difficile à résorber qu'un jour dont la concavité est dirigée vers l'intérieur des poulies (lame tensionnée).

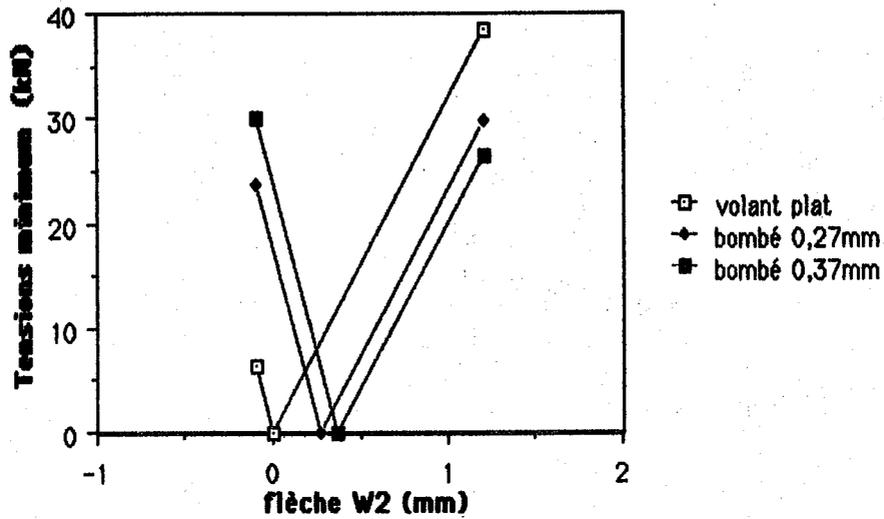
Pour une scie et une lame donnée, les tensions  $T_{\min}$  diminuent, puis augmentent lorsque la flèche  $W_2$  de la lame augmente (donc lorsque le tensionnage est de plus en plus poussé).



Les courbes suivantes récapitulent cette liaison dans plusieurs cas:

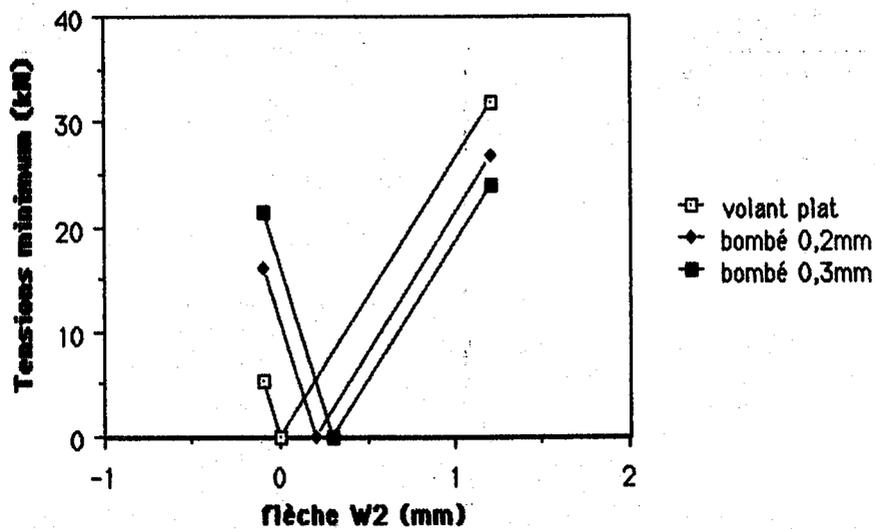
A. Diamètre de la poulie: 2,10m Largeur de la lame: 270mm Epaisseur de la lame: 1,70mm

Figure 21



B. Diamètre de la poulie: 1,60m Largeur de la lame: 200mm Epaisseur de la lame: 1,45mm

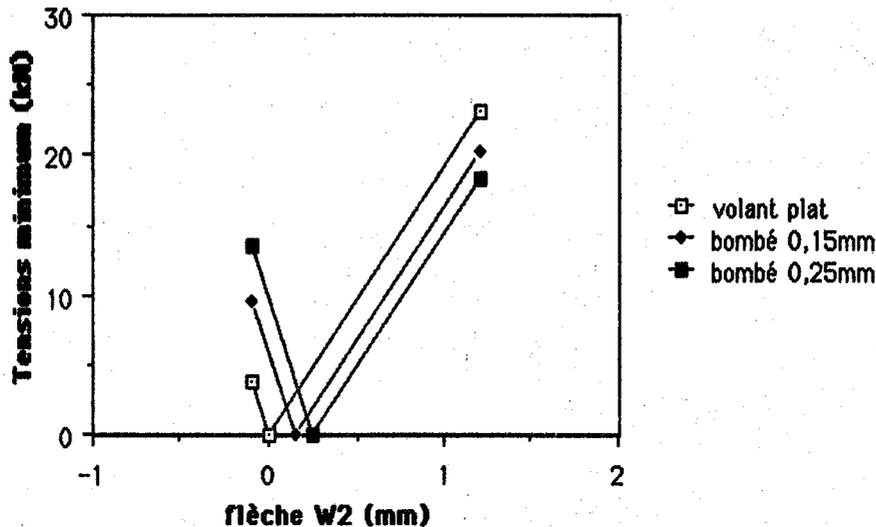
Figure 22





C. Diamètre de la poulie: 1,20m Largeur de la lame: 150mm Epaisseur de la lame: 1,05m

**Figure 23**



### 1.2 Le tensionnage, pourquoi?

Il est dit que le but du tensionnage est d'avoir une lame plus tendue aux bords qu'au centre [3], [4], [6], [11] ... pourquoi?

- pour augmenter les charges critiques de déversement, il vaut mieux augmenter la tension de montage [10]

- pour s'opposer aux déformations thermiques, il vaut mieux allonger le dos de la lame [3]

- le tensionnage réduit faiblement les fréquences propres des vibrations de flexion, augmente significativement les fréquences propres des vibrations de torsion [16], [19], [30]. D'après Ulsoy [16], ceci peut contrecarrer les effets des efforts de coupe et de certains gradients thermiques. Il faut rester prudent, les efforts de coupe et les profils de température sont mal connus, et d'autre part d'autres paramètres ont peut-être des effets prépondérants comme l'inclinaison des volants et l'augmentation de la tension de montage.

- d'après des travaux en cours sur les volants rainurés à Vancouver (S. Hutton, J. Taylor, University of British Columbia, non publié), il semble que l'intérêt majeur du tensionnage est peut-être d'assurer une meilleure tenue de la lame sur ses poulies: la seule



façon connue efficace de limiter les déplacements d'un ruban sur ses volants au cours du sciage est d'avoir un effort normal de tension, donc une densité surfacique d'effort de contact plus élevée aux bords qu'au centre de la lame. Notons bien:

- que cette assertion n'est pas clairement démontrée (il faudrait savoir si une tension de montage plus élevée, une inclinaison mieux réglée ... ne sont pas aussi efficaces)
- mais que si on l'accepte, elle fait référence, contrairement aux autres raisons évoquées plus haut, à l'état mécanique du ruban sur ses volants et non dans le brin libre.

Or, sur les poulies, les distributions d'efforts dépendent beaucoup du profil des volants. Le paramètre important étant le jour maximal entre la lame et la jante (rapporté au rayon des poulies), il faudrait tensionner plus une lame montée sur des poulies bombées. [27], [10], [3] montrent que les flèches des lames dues au tensionnage et des profils de poulies sont du même ordre: quelques dixièmes de millimètres. Le tensionnage viendrait-il simplement annuler l'effet du bombé? auquel cas, quel est l'intérêt des deux opérations? Si le but est d'avoir des lames plus tendues aux bords qu'au centre **sur leurs poulies**, des volants creux seraient plus efficaces! Une réponse claire est impossible tant qu'on n'a pas poursuivi l'étude du mouvement du ruban sur ses volants, en abordant par la théorie des courroies les effets cinématiques dus au bombé et aux forces centrifuges (encore que dans un ruban le rapport forces centrifuges / réaction de la poulie est plus faible que dans les courroies courantes).



## 2. DISCUSSION : QU'ENTEND-ON HABITUELLEMENT PAR "CONTRAINTES DE TENSIONNAGE" ?

### 2.1. Contraintes internes

Tous les auteurs [6], [11], [27], [30] utilisent la notion de pré-contrainte: une lame plane tensionnée est le siège d'une distribution d'efforts, que nous noterons  $N_{\theta}^{\circ}(x)$ , de la forme

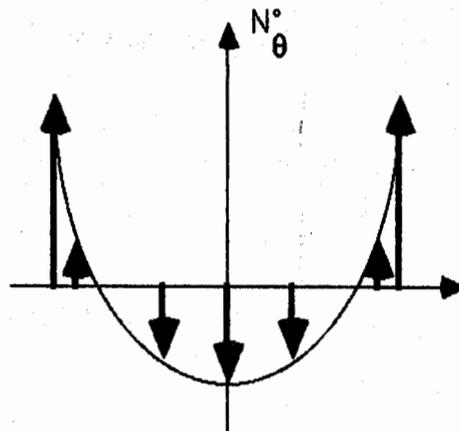


figure 24

où l'équilibre est donné par la seule condition

$$\int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} N_{\theta}^{\circ}(x) d(Rx) = 0$$



De même B. Thunell [11] rend compte du bombé des volants par une distribution d'efforts sur les poulies, que nous noterons  $N_{\theta}^{\circ}(x)$ , de la forme

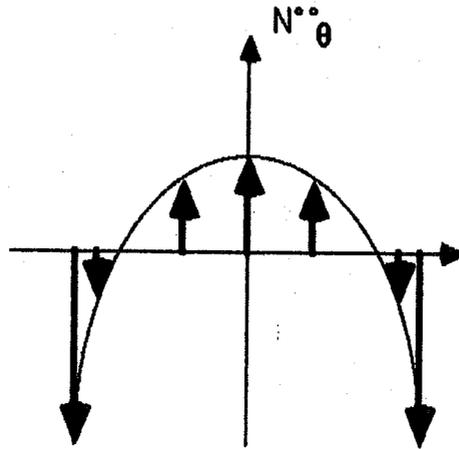


figure 25

encore équilibrée par

$$\int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} N_{\theta}^{\circ}(x) d(Rx) = 0$$

Les divers auteurs superposent ensuite à ces distributions une tension de montage *répartie uniformément dans la largeur (et l'épaisseur) de la lame*. Ainsi, la distribution finale représentée sur la figure 26 serait la distribution d'effort normal linéiques de tension dans une lame tensionnée tendue.



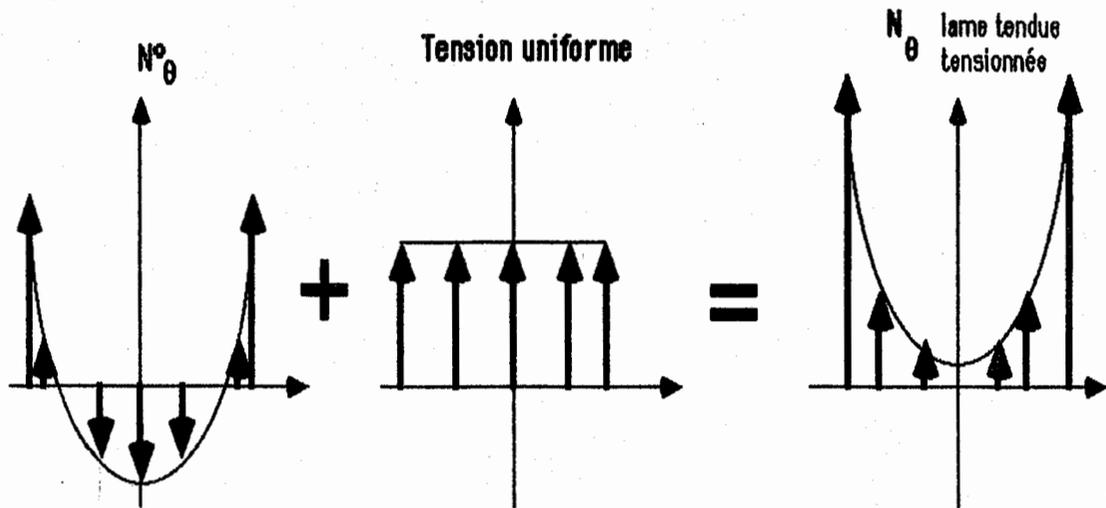


figure 26

$N_{\theta}^0$  et  $N_{\theta}^{00}$  sont des états théoriques conçus pour toujours raisonner par superposition d'une distribution théorique uniforme de tension de montage:

Un ruban posé sur ses volants, non soumis à une tension de montage, n'a aucune raison d'être le siège d'efforts intérieurs  $N_{\theta}^{00}$  induits par le bombé des poulies!

De même, un ruban laminé, non soumis à une tension de montage, n'a pas de raison d'être le siège d'efforts intérieurs  $N_{\theta}^0$ . L'équilibre représenté par  $N_{\theta}^0$  est instable, le ruban préfère se déformer ("cloquer") et prendre une forme torique en raison de sa courbure longitudinale. Et donc lorsque l'affuteur mesure la flèche de la courbure transverse, le ruban, déformé, a libéré une partie au moins des efforts internes  $N_{\theta}^0$ .

Les distributions d'efforts n'apparaîtront que lorsque la tension de montage, en se distribuant non uniformément, viendra imposer une nouvelle déformation au ruban (le contraindre, sur les poulies à épouser leur profil, ou dans le brin libre à rester plan).

## 2.2 Comment évaluer $N_{\theta}^0$ ?

Aoyama [31] a cherché à rendre compte de l'état  $N_{\theta}^0$  à partir de considérations théoriques sur l'opération de tensionnage proprement dite (le nombre de passes dans le tendeur à galets, leur localisation et la pression appliquée). J. Wang, étudiant chez D. Mote, reprend



actuellement ces recherches à Berkeley par des méthodes numériques, en suivant l'évolution de l'état de contraintes au cours des déformations successives imposées au ruban (laminé, posé selon un grand cercle, puis tendu sur les poulies).

Foschi [27] a essayé d'interpréter la méthode courante des affûteurs qui consiste à mesurer la flèche de la courbure transverse sous un certain de rayon de courbure longitudinal:

L'état de précontraintes est représenté par une distribution d'effort normal linéique  $N_{\theta}^0$ . Le rayon de courbure longitudinal est  $R$ . Le déplacement radial  $w(x)$  est donné par (même notations qu'au chapitre précédent):

$$\frac{d^4 w}{d(Rx)^4} + \frac{12(1-\nu^2)}{h^2 R^2} w = - \frac{12(1-\nu^2)}{E R^2 h^3} N_{\theta}^0(x)$$

avec les conditions aux limites:

$$\frac{d^3 w}{dx^3} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2 w}{d(Rx)^2} = - \frac{\nu}{R^2} \quad \text{en } x = \pm \frac{B}{2R}$$

Nous comprenons ces équations,

- en calculant les efforts induits dans une coque mince cylindrique circulaire de rayon  $R$  par des déplacements  $u, v, w$  avec  $u = 0$  et  $\partial/\partial\theta = 0$  (classique pour un cylindre fermé - lame soudée disposée selon un grand cercle -)

- en écrivant l'équilibre de ces efforts avec la précontrainte (en l'absence d'actions extérieures): 3 équations identiques à (14), (15), (16) du chapitre précédent, la première est toujours vérifiée, on élimine  $v$  entre les deux autres pour obtenir l'équation qui donne  $w$ , en négligeant encore le terme en

$$\frac{d^2 w}{dx^2}$$

- en exprimant les conditions aux limites de bords libres en  $x = \pm B/2R$ : pas d'effort transverse, un moment fléchissant total nul, donc un moment fléchissant induit par  $v, w$  opposé à celui induit par la flexion d'une plaque plane en une surface cylindrique circulaire  $\nu D/R$  [Annexe 2].



Foschi montre alors qu'en partant d'une distribution d'efforts polynôme en  $x^2$ ,

$$N_0^0(x) = -Nc + 12 Nc \left(\frac{Rx}{B}\right)^2$$

$$w(x) = \frac{Nc}{Eh} \left[ 1 - 12 \left(\frac{Rx}{B}\right)^2 \right] + \left[ \frac{v}{R} + \frac{24 Nc R}{EhB^2} \right] [\gamma_1 \operatorname{ch}(\alpha Rx) \cos(\alpha Rx) + \gamma_2 \operatorname{sh}(\alpha Rx) \sin(\alpha Rx)]$$

$\alpha, \gamma_1, \gamma_2$  sont des constantes dépendant de  $R, B, h$ .

et donc la flèche  $W_2 = w(0) - w(B/2R)$  est une fonction des caractéristiques de la scie  $R, B, h$ , du niveau de tensionnage contrôlé par l'effort linéique  $Nc$  (ou la contrainte  $\sigma_c = Nc/h$ ).

Les résultats sont visualisés (figure 27) en fonction des nombres sans dimensions  $W_2/h$ ,

$$C = \frac{B^2}{Rh}, \quad \beta = \frac{\sigma_c}{E} \left(\frac{B}{h}\right)^2$$

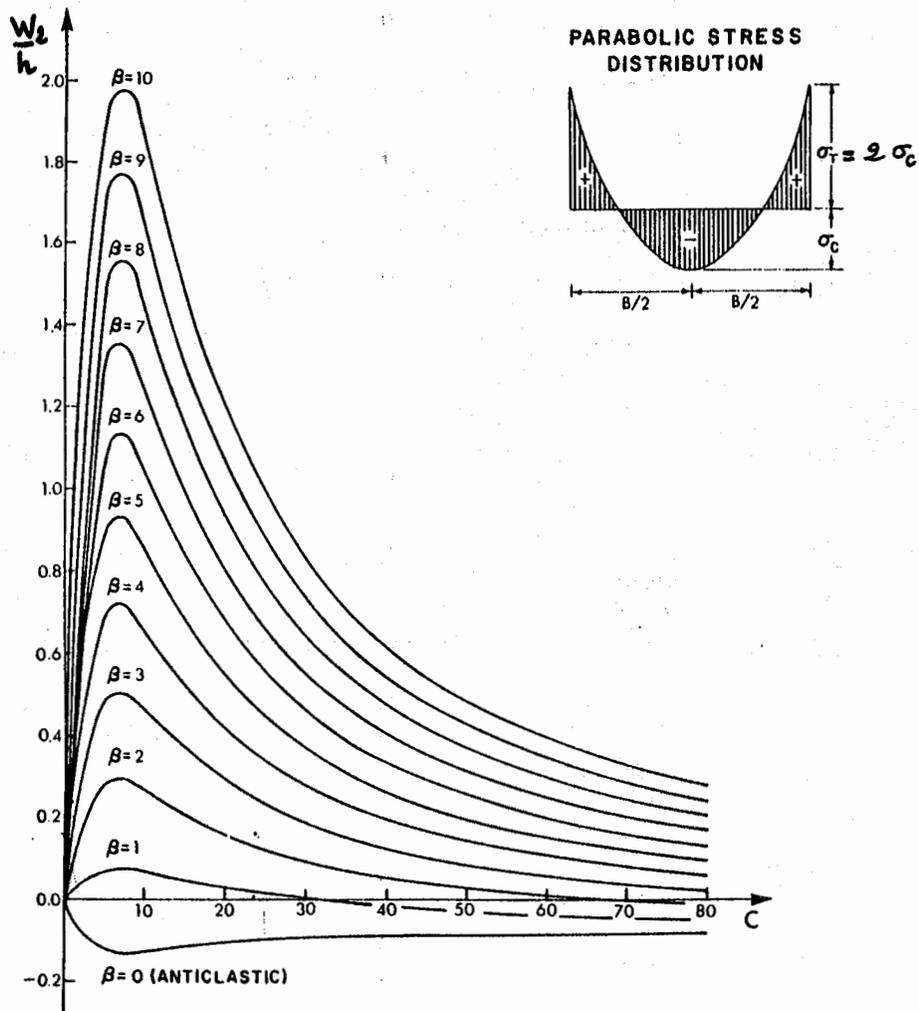


Fig. 27 Light gap for parabolic residual stresses d'après [27]



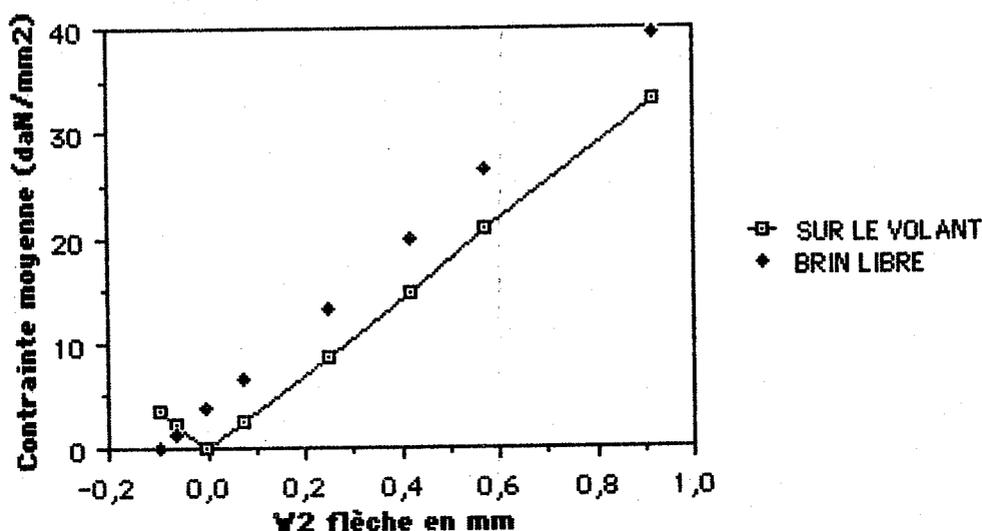
Foschi montre encore que des distributions  $N_{\theta}^{\circ}(x)$  équilibrées mais non polynômes en  $x^2$  (séries de Fourier) diverses donnent des  $w(x)$  très semblables "à l'oeil". Il conclut qu'évaluer seulement la flèche  $W2$  ne donne pas d'information sur la distribution  $N_{\theta}^{\circ}$ , ce qui conduit en l'absence d'études plus poussées à faire l'hypothèse  $N_{\theta}^{\circ}(x)$  polynôme en  $x^2$ .

### 2.3 Comparaisons des distributions d'effort normal de membrane dans le brin libre et sur les volants

Le tableau suivant donne l'expression en fonction de  $W2$  de l'amplitude de la distribution de Foschi ( $= 3\sigma$ ) et de notre distribution sur des volants plats ( $= \sigma_{\text{max-normal}}$ ) pour une géométrie de scie donnée,  $R = 611\text{mm}$ ,  $B = 150\text{mm}$ ,  $h = 1,07\text{mm}$ .

$W2$ (en mm)	$3\sigma$ (en daN/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{\text{max-normal}}$ (en daN/mm <sup>2</sup> )
-0,098	0	3,52
-0,064	1,3	2,28
0	3,8	0
+0,073	6,6	2,59
+0,25	13,2	8,73
0,42	19,8	14,8
0,57	26,4	21,0
0,92	39,6	33,2

Figure 28





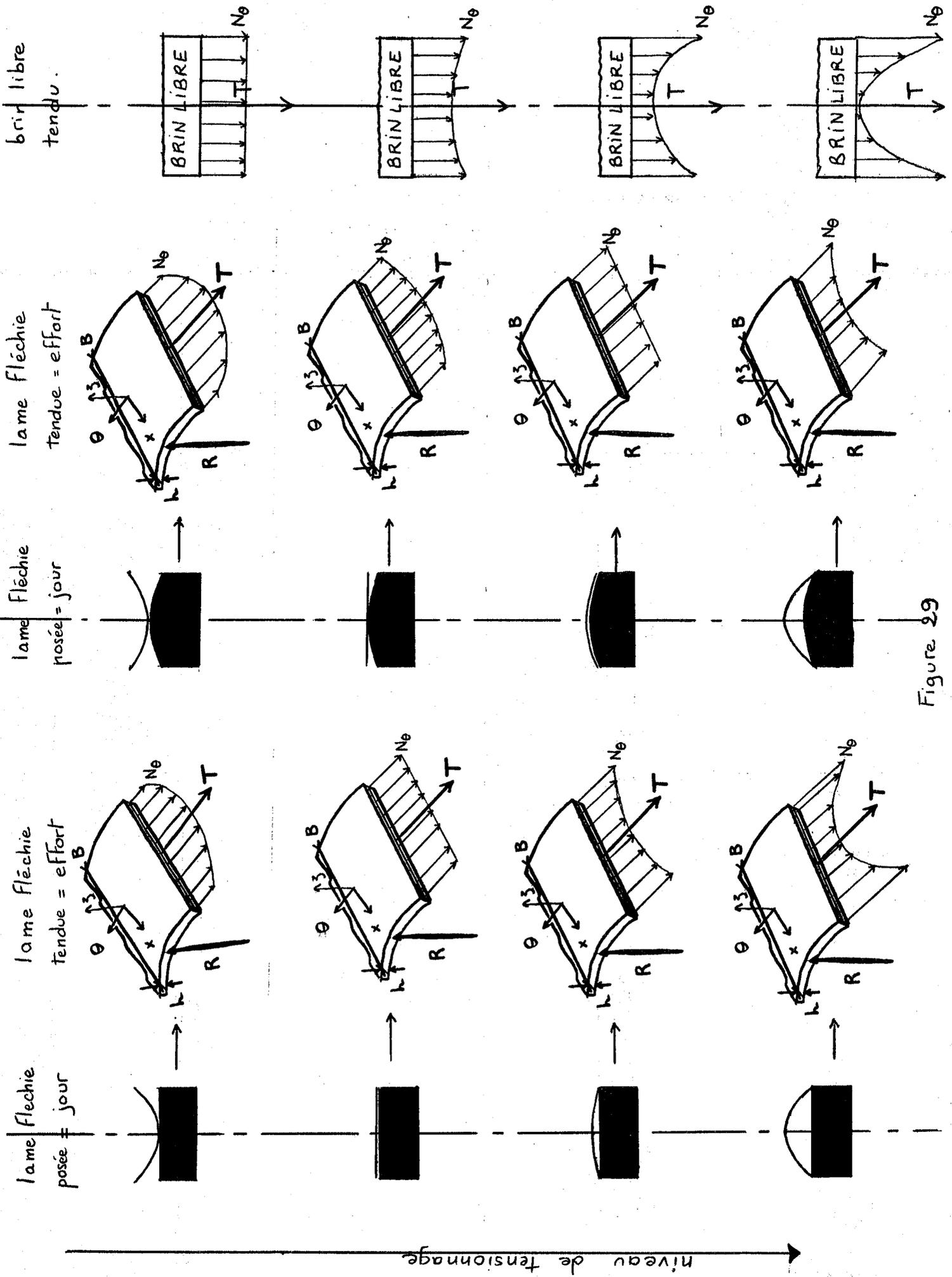


Figure 29



Les deux distributions sont du même ordre de grandeur pour des tensionnages élevés, mais diffèrent pour des tensionnages faibles. La distribution de Foschi est nulle en l'absence de tensionnage, la notre change de forme ( $W_2$  change de signe) et s'annule pour  $W_2=0$ .

### **Pourquoi? que représentent $N_{\theta}^{\circ}$ , et donc les distributions utilisées pour rendre compte du tensionnage?**

Le calcul de Foschi montre clairement que  $N_{\theta}^{\circ}$  représente l'état d'un ruban après laminage qui reste plan, auquel on peut superposer un effort extérieur de tension qui se répartit uniformément. C'est donc sans doute l'état du brin libre, la lame à cet endroit se retrouvant après divers états de contraintes et de déformations réversibles quasiment plane. Ce n'est pas l'effort normal dans un ruban laminé fléchi au rayon des volants et contraint d'épouser le profil des poulies, même si ce profil est plat.

De fait, en l'absence de tensionnage, nous mettons en évidence une distribution d'efforts due à la courbure anticlastique qu'il faut résorber.

D'autre part, les distributions (pour des tensionnages suffisants où  $W_2 > 0$ ), ont une plus grande amplitude sur le brin libre où le tensionnage n'est pas contrecarré par l'effet anticlastique.

La figure 29 récapitule qualitativement l'évolution des distributions  $N_{\theta}^{\circ}$  sur des volants plats ou bombés et dans le brin libre en fonction du niveau de tensionnage (évalué par la flèche  $W_2$  de la lame).

## **3. ADEQUATION AVEC LES DISTRIBUTIONS EXPERIMENTALES DE D. GARIN [10]**

### **3.1. Données**

Les manipulations de D. Garin ont pour but d'étudier à l'aide de jauges extensométriques, l'état de contraintes en divers points (A à F de la figure 10) dans une lame non tensionnée et une lame tensionnée, statiques, tendues sur les poulies avec diverses tensions de montage.



Il a utilisé:

- une lame de largeur  $B' = 155\text{mm}$ , d'épaisseur  $h = 1,2\text{mm}$ , de longueur  $L = 8,50\text{m}$ .

- la scie William Gillet du C.T.F.T. à Nogent/Marne :

Rayon des poulies:  $R = 650\text{ mm}$

Largeur de la jante du volant supérieur:  $B = 130\text{ mm}$

Profil de la jante: (figure 30)

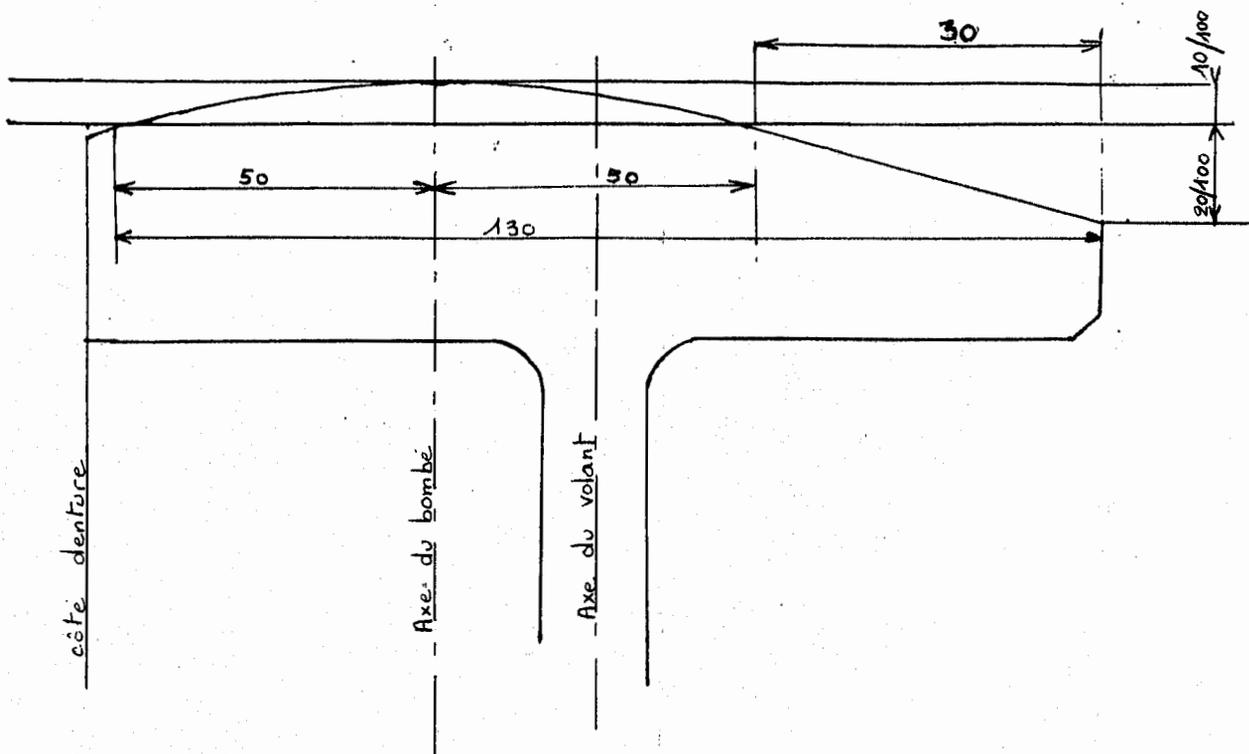


Figure 30 : Profil du volant

Il a mesuré des déformations locales longitudinales  $\epsilon_{00}$  traduites en contraintes  $\sigma_{00}$  sous l'hypothèse compatible avec les conditions de bords libres d'un tenseur des contraintes uniaxial.



Nous allons exploiter les résultats donnant:

- les "contraintes de tensionnage" : dans une manipulation préliminaire, deux déformations sont enregistrées entre un état initial où la lame est serrée entre deux planches, donc contrainte de rester plane à l'endroit mesuré, et des états où elle est laissée libre, mais fléchie selon un grand cercle ou selon le rayon des volants. Aux déformations mesurées sur la lame tensionnée, sont soustraites celles enregistrée sur la lame non tensionnée, supposées être des déformation de flexion pure. Alors, les contraintes résultantes sont supposée être une estimation d'une contrainte uniformément répartie dans l'épaisseur de la lame tensionnée (effort normal de membrane) comparable aux distributions de précontraintes habituellement utilisées.

- les contraintes au point F (figure 10) fonction de la tension de montage pour une lame tensionnée ou non, tendue sur des volants non inclinés : la déformation est enregistrée entre l'état initial précédent (lame serrée à plat) et l'état final "lame montée tendue sur les poulies". Les résultats des manipulations préliminaires sont alors utilisés pour estimer l'effort normal de membrane dans les lames en place : les déformations de flexion au rayon des volants sont soustraites; pour la lame tensionnée, la déformation de tensionnage définie plus haut est ajoutée.

### 3.2 Contraintes de tensionnage

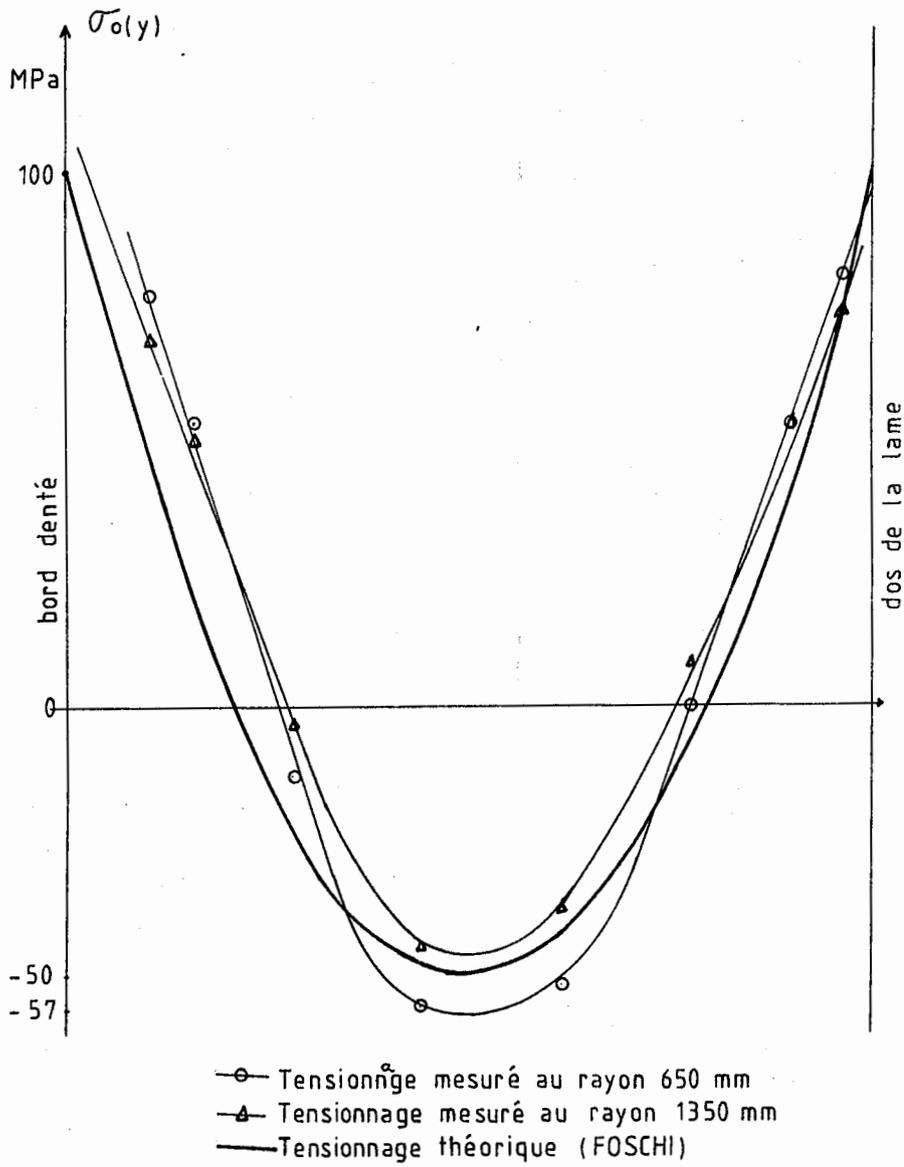
Les déformations mesurées traduites en contraintes sont comparées à la distribution parabolique théorique de Foschi, calculée d'après la flèche de la courbure transverse mesurée pour un rayon de flexion longitudinal de 2,70m (grand cercle).

Nous constatons (figure 31):

- que les deux distributions expérimentales sont très proches, ce qui prouve que la lame "cloque" brutalement dès qu'elle est déplacée de son état plan et que même si les flèches des courbures transverse (traduisant des déplacements) sont plus élevées pour un grand cercle que pour un plus petit, les déformations locales donc les contraintes libérées ne varient plus beaucoup.

- que les deux distributions expérimentales sont en très bon accord avec la distribution parabolique théorique, ce qui prouve que notre hypothèse "état non contraint lorsque la lame est cloquée" est tout à fait compatible avec l'hypothèse habituelle "les contraintes de tensionnage dans un ruban plan se limitent à une distribution parabolique d'effort





**Figure 31** (d'après 10)

Contrainte de tensionnage dans la lame



normal de membrane", puisque les mesures de D. Garin évaluent justement les déformations entre les deux états "cloqué" et "maintenu plan". Attention, ceci ne justifie pas l'emploi de l'un ou l'autre des modèles pour des études fines: les mesures ne permettent pas de déterminer les contraintes résiduelles dans la lame cloquée, il faudrait étudier en détail l'histoire de la lame (nous attendons les résultats de J. Wang, cf Chapitre 2, 2.2) ou évaluer ces contraintes en les relaxant (examiner les déformations de "morceaux" de lame découpés détachés de la structure).

### 3.3 Distribution d'efforts dans la lame non tensionnée

Les distributions expérimentales à diverses tensions de montage se déduisent parfaitement l'une de l'autre par translation, ce qui s'accorde avec nos calculs.

Seule la courbe obtenue pour  $T=28900N$  sera donc utilisée.

Pour évaluer le "jour" à résorber, nous connaissons le profil du volant, la position relative de la lame sur sa poulie. Nous ignorons la forme exacte de la lame posée sur cette poulie (D. Garin n'a pas mesuré les courbures anticlastiques sur la lame fléchie au rayon des poulies). La lame sera donc d'abord supposée sans courbure, puis avec une courbure anticlastique théorique calculée d'après [27]. Les distributions théoriques d'effort normal sont alors calculées et ramenées à une distribution de contrainte moyenne dans l'épaisseur de la lame.

Nous ignorons quelle fraction précise de la tension de montage sert effectivement à plaquer la lame sur sa poulie (la lame a des dents et dépasse de la jante), les distributions trouvées ne sont définies qu'à une translation près, translation que nous choisissons en ajustant au mieux les courbes expérimentales et théoriques.

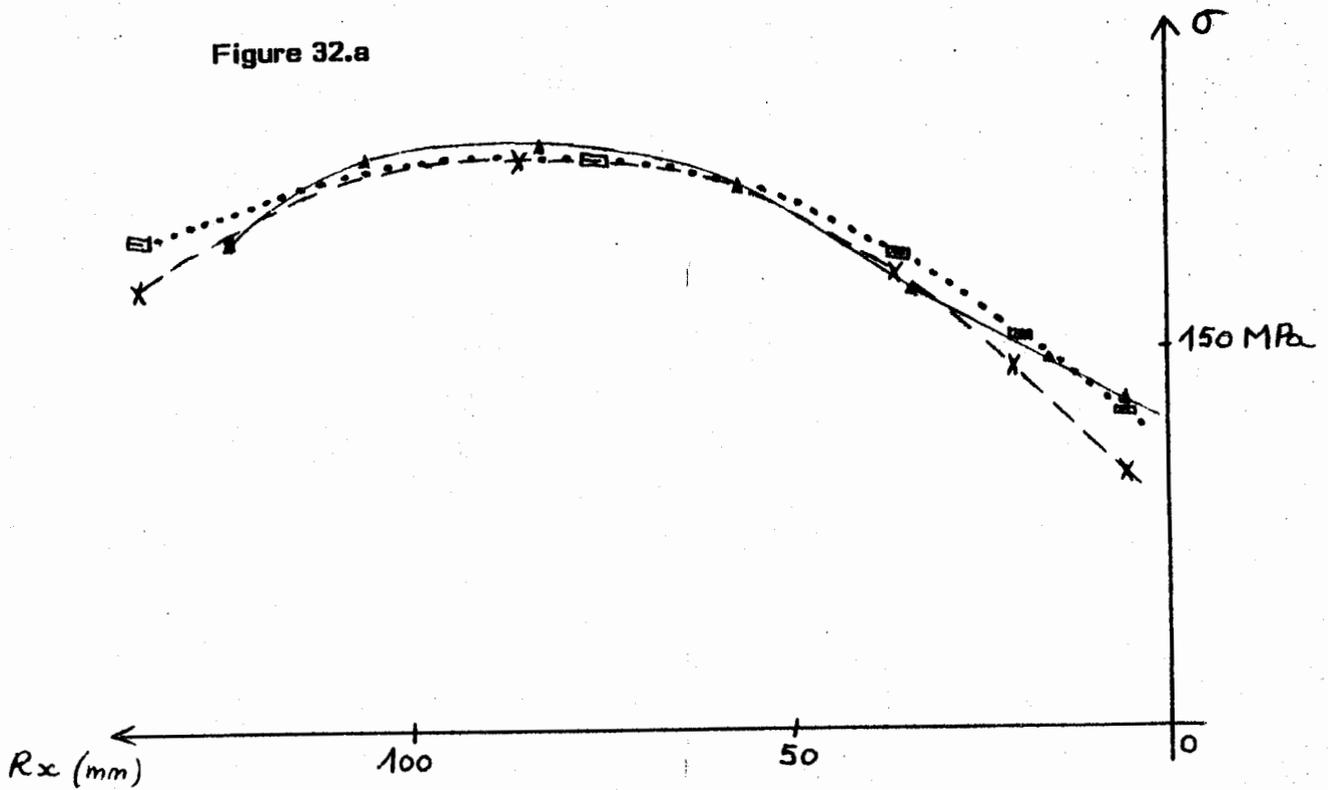
Alors:

abscisse par rapport à la lame (mm)	6	21	36	76	136
abscisse par rapport à la jante (mm)	0	15	30	80	130
jour si lame cylindrique circulaire (mm)	0,30	0,20	0,10	0	0,10
distribution correspondante (MPa)	-97	-65	-32	0	-32
jour avec courbure anticlastique (mm)	0,38	0,25	0,13	0	0,15
distribution correspondante (MPa)	-123	-81	-42	0	-51

La figure 32 montre l'adéquation avec les mesures.

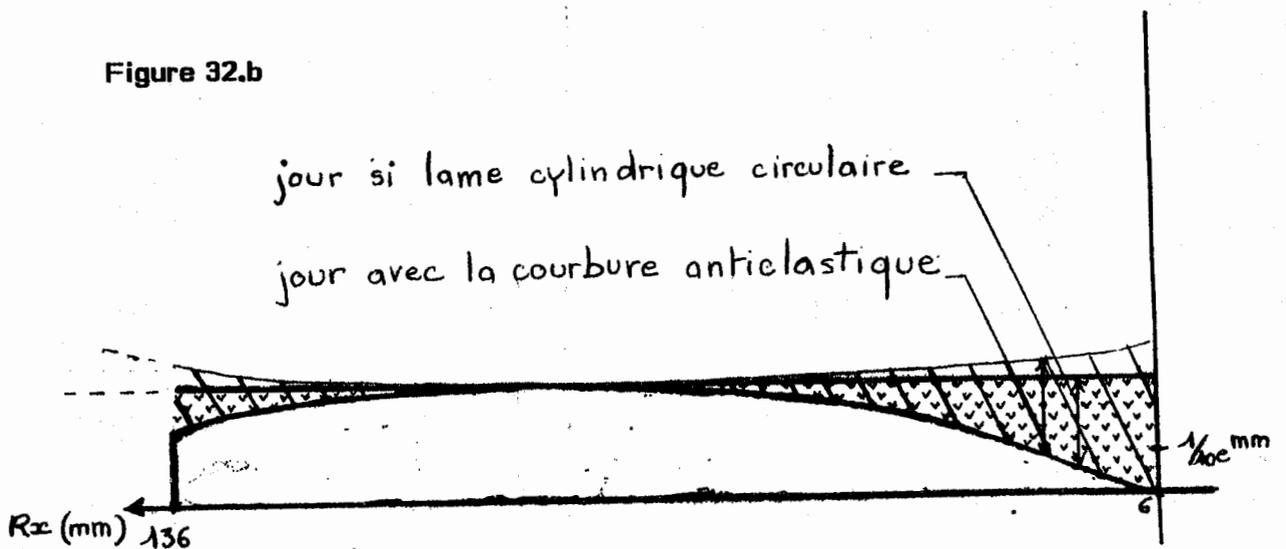


Figure 32.a



- ▲— Garin
- ...■... théorique sans courbure anticlastique
- x- théorique avec courbure anticlastique

Figure 32.b





### 3.4 Tension minimum

D. Garin a noté que la distribution obtenue pour  $T=9200\text{N}$  n'était pas totalement superposable à celles obtenues pour  $T=15800\text{N}$ ,  $T=22300\text{N}$ ,  $T=28900\text{N}$ , la translation n'est pas parfaite: la lame à cette tension n'est vraisemblablement pas plaquée.

De fait le calcul de  $T_{\min}$  donne:

- sans tenir compte de la courbure anticlastique,

$$T_{\min} = \frac{E h}{R} \left[ \text{surface } \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \text{ de la figure 32 } \right]$$

$$\text{soit } T_{\min} = 11500\text{N}$$

- en tenant compte de la courbure anticlastique,

$$T_{\min} = \frac{E h}{R} \left[ \text{surface } \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \text{ de la figure 32 } \right]$$

$$\text{soit } T_{\min} = 12600\text{N}$$

### 3.5 Lame tensionnée

Là encore, la courbure de la lame posée sur sa poulie n'est pas connue. A partir de la distribution parabolique de Foschi, nous pouvons évaluer la flèche théorique de la courbure transverse lorsque la lame est fléchie au rayon des poulies:  $W1 = 0,32\text{ mm}$

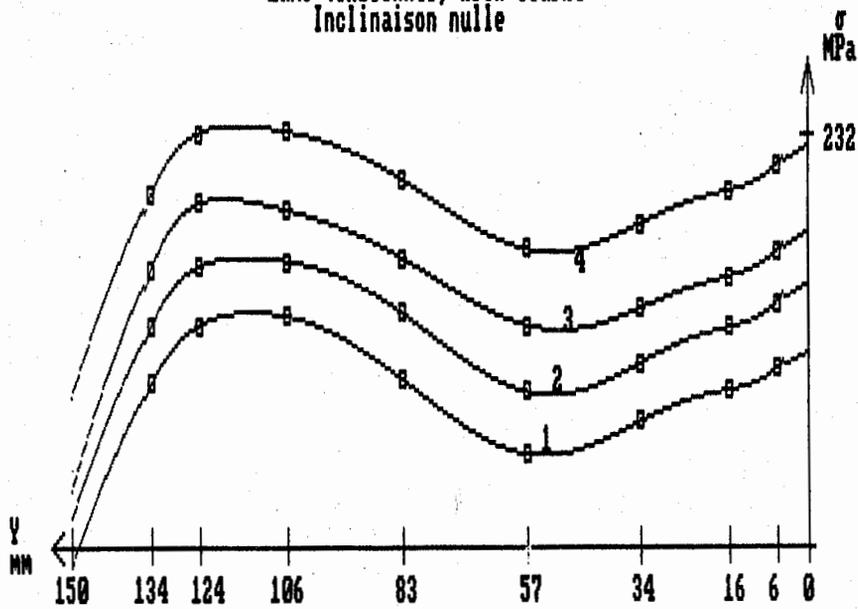
(D. Garin n'a pas mesuré cette flèche, ses mesures de flèche ont été faites sur la lame fléchie selon un grand cercle,  $0,32\text{mm}$  semble un excellent ordre de grandeur mais en toute rigueur, il aurait fallu mesurer  $W1$ ).

Cette valeur  $W1$  est du même ordre que la flèche du profil de la jante (notons que d'après l'affûteur, la lame est tensionnée au maximum). Il semble alors que le profil de la lame posée simplement sur ses volants est influencé par le profil dissymétrique de la jante et ne peut être approximé par une géométrie simple (parabole ou arc de cercle). Plutôt que de faire des hypothèses sur ce profil, nous allons supposer que le  $\sigma$  expérimental concorde avec une distribution théorique et calculer le jour donc le profil de lame qui en résulte.



## Résultats GARIN

CONTRAINTE EN FONCTION DE LA TENSION DE MONTAGE  
Lame tensionnée, brin courbé  
Inclinaison nulle



courbe n°1: lame tensionnée ? 0  
 Tension dans la lame: 9200 N  
 Inclinaison des poulies: 2.6 100ième °  
 courbe n°2: lame tensionnée ? 0  
 Tension dans la lame: 15800 N  
 Inclinaison des poulies: 2.6 100ième °  
 courbe n°3: lame tensionnée ? 0  
 Tension dans la lame: 22300 N  
 Inclinaison des poulies: 2.6 100ième °  
 courbe n°4: lame tensionnée ? 0  
 Tension dans la lame: 28900 N  
 Inclinaison des poulies: 2.6 100ième °

Profil théorique résultant

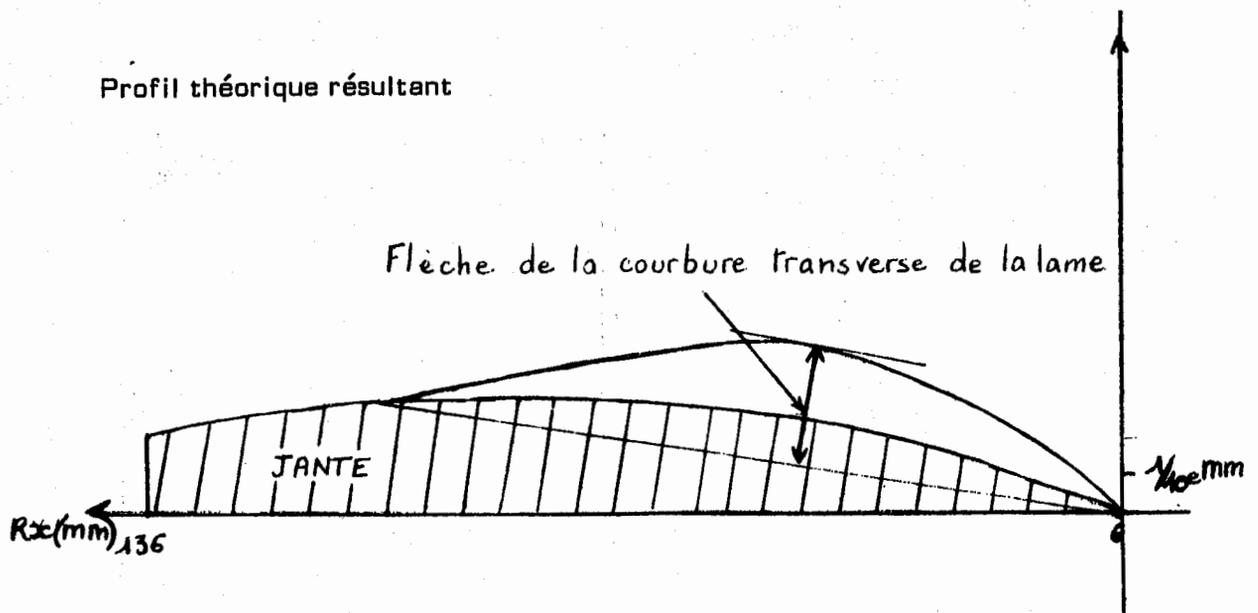


Figure 33



abscisse par rapport à la lame (mm)	6	21	36	56	71	86	106
abscisse par rapport à la jante (mm)	0	15	30	50	65	80	100
$\sigma$ mesuré - $\sigma$ max (MPa)	-16	-37	-58	-64	-43	-23	0
jour équivalent	0,05	0,11	0,18	0,20	0,13	0,07	0,00
profil des volants	0,00	0,10	0,20	0,26	0,29	0,30	0,28
profil lame	0,05	0,21	0,38	0,46	0,42	0,37	0,28

Ce profil de lame, représenté sur la figure 33, semble réaliste, l'ordre de grandeur de sa flèche est 0,32mm.



**CONCLUSION**



## 1. ETAT MECANIQUE DU RUBAN SUR SES VOLANTS

Un ruban monté sur ses poulies (statique) se trouve dans deux états mécaniques distincts: "dans le brin libre" et "sur les volants".

L'état "sur les volants" ne se déduit pas de l'état dans le brin libre par simple superposition d'un moment fléchissant. En effet sur les volants,

- la lame a une *structure de coque*,
- elle est soumise à une *densité surfacique d'action de contact*
- la flexion longitudinale induit par effet Poisson, en l'absence de tensionnage, une *courbure transverse anticlastique* qu'il faut résorber
  - *le tensionnage* élimine la courbure anticlastique et *fait "cloquer" le ruban* qui prend alors la forme d'une portion de tore avant d'être plaqué sur les jantes
  - ces jantes peuvent être *bombées*

Cela impose à la tension de montage de se distribuer en un effort linéique (effort de membrane) normal de tension non uniformément réparti dans la largeur de la lame.

Pour avoir une idée de ces distributions, nous avons introduit la notion d'état initial non contraint "lame simplement fléchie au rayon des poulies présentant une courbure transverse différente du profil des jantes", qui induit la notion de "déformation à imposer par la tension de montage pour plaquer la lame sur les poulies", plus précisément de "*jour à résorber*", qui s'avère, associé à la théorie classique des coques minces circulaires cylindriques, un excellent critère.

## 2. LE TENSIONNAGE

La notion de distribution d'effort normal de membrane parabolique équilibrée (contrainte interne) utilisée habituellement pour rendre compte du tensionnage est conçue pour être superposée à une tension de montage uniformément distribuée.

Cette dernière distribution d'effort de tension obtenue par superposition, équilibrée par la tension de montage représente effectivement l'état du ruban dans le brin libre lorsqu'il se retrouve tendu avec une tension suffisante, donc plan. Tandis que la première distribution équilibrée en l'absence d'action extérieure n'est jamais l'état du ruban: elle représente un état théorique d'un ruban qui resterait plan sans action extérieure alors qu'un ruban non tendu "cloque" (prend une courbure transverse).



Remplaçant cette notion habituelle de contrainte interne parabolique dans un ruban plan par la notion de ruban non contraint mais "cloqué" selon un profil transverse parabolique, et fléchi longitudinalement à la courbure des volants, nous mettons en évidence dans la lame tendue des distributions d'efforts normaux de tension également paraboliques, mais d'amplitude inférieure en raison de l'effet anticlastique.

Ces distributions paraboliques (sur les poulies ou dans le brin libre) ne sont pas des précontraintes car elles n'apparaissent qu'en présence d'une tension de montage. Dans le brin libre, elles sont déjà connues pour rendre compte de façon satisfaisante des effets du tensionnage pour les études de fatigue, déversement, vibrations... sur les volants, elles sont sans doute utilisables pour l'étude de la tenue du ruban. Des travaux complémentaires sont nécessaires pour connaître les précontraintes induites dans le ruban par le laminage encore présentes dans le ruban "cloqué"

### 3. LE BOMBÉ DES VOLANTS

La notion de "jour à résorber" nous permet de traiter les effets du bombé des jantes en même temps que ceux du tensionnage et de la courbure anticlastique (déjà connus pour être liés). Il apparaît clairement que, compte tenu des pratiques courantes, les deux phénomènes ont des effets opposés et de même ordre de grandeur sur les distributions paraboliques d'effort normal et donc sur l'action de contact locale (force surfacique) de la jante sur la poulie.

Des études supplémentaires sur la cinématique du ruban sur ses poulies doivent être entreprises pour comprendre, compte tenu de ces distributions d'efforts, l'intérêt du bombé et du tensionnage, et peut-être imaginer ou améliorer des technologies nouvelles (volants rainurés...)



**ANNEXE 1** [32], [33], [34], [35]

**THEORIE DES COQUES MINCES  
CYLINDRIQUES ELASTIQUES  
RESOLUTION EN DEPLACEMENTS**

hypothèses et principes



## 1. NOTATIONS COMPLEMENTAIRES :

Outre les notations du Chapitre 2, nous introduirons:

M point courant de la coque,  $M(\theta, x, z)$

$S^\circ$  le feuillet moyen de la coque, de point courant  $M^\circ(\theta, x, 0)$

$S^+$  et  $S^-$  les surfaces extrêmes respectivement ( $z=+h/2R$ ) et ( $z=-h/2R$ )

$u_\theta, u_x, u_z$  les composantes du déplacement  $U$  du point  $M$  selon  $e_\theta, e_x, e_z$

$u, v, w$  les composantes du déplacement  $U^\circ$  du point  $M^\circ$  selon  $e_\theta, e_x, e_z$

$\sigma = [\sigma_{i,j}]$  tenseur des contraintes  $i, j \in \{\theta, x, z\}^2$

$\varepsilon = [\varepsilon_{i,j}]$  tenseur des déformations linéarisées  $i, j \in \{\theta, x, z\}^2$

## 2. HYPOTHESES STATIQUES - EQUILIBRE D'UN ELEMENT DE COQUE :

**H01:** Les actions intérieures sont schématisées par les efforts intérieurs généralisés définis par (cf figure 15) :

- sur une coupure élémentaire de normale  $e_\theta$ , de longueur  $Rdx$

$$\text{l'effort normal linéique de membrane } N_\theta(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{\theta\theta}(\theta, x, z) d(Rz) \text{ porté par } e_\theta$$

$$\text{l'effort tranchant linéique de membrane } T_\theta(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{\theta x}(\theta, x, z) d(Rz) \text{ porté par } e_x$$

$$\text{l'effort tranchant linéique transverse } Q_\theta(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{\theta z}(\theta, x, z) d(Rz) \text{ porté par } e_z$$



$$\text{le moment linéique de torsion } M_{\theta}^T(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} -\sigma_{\theta x}(\theta, x, z) Rz d(Rz) \text{ porté par } e_{\theta}$$

$$\text{le moment linéique de flexion } M_{\theta}^F(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{\theta\theta}(\theta, x, z) Rz d(Rz) \text{ porté par } e_x$$

-sur une coupure élémentaire de normale  $e_x$ , de longueur  $Rd\theta$

$$\text{l'effort normal linéique de membrane } N_x(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{xx}(\theta, x, z) (1+z) d(Rz) \text{ porté par } e_x$$

$$\text{l'effort tranchant linéique de membrane } T_x(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{\theta x}(\theta, x, z) (1+z) d(Rz) \text{ porté par } e_{\theta}$$

$$\text{l'effort tranchant linéique transverse } Q_x(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{xz}(\theta, x, z) (1+z) d(Rz) \text{ porté par } e_z$$

$$\text{le moment linéique de torsion } M_x^T(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{\theta x}(\theta, x, z) (1+z) Rz d(Rz) \text{ porté par } e_x$$

$$\text{le moment linéique de flexion } M_x^F(\theta, x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} -\sigma_{xx}(\theta, x, z) (1+z) Rz d(Rz) \text{ porté par } e_{\theta}$$



**H02:** Les actions extérieures agissant sur les surfaces extrêmes  $S^+$  et  $S^-$  peuvent être prises en compte par la densité surfacique résultante de composantes  $F_\theta$ ,  $F_x$ ,  $F_z$ , agissant sur  $S^\circ$ .

H01 et H02 permettent d'écrire l'équilibre d'un élément de coque par les équations (1), (2), (3), (4), (5) du chapitre 2.

### 3. CINEMATIQUE - RESOLUTION EN DEPLACEMENTS :

**H03:** Le champ des contraintes  $\underline{\sigma}$  est toujours quasiment plan par rapport à sa surface moyenne:

$\sigma_{\theta z}$ ,  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{zz}$  ne sont pas significatives devant les autres composantes de  $\underline{\sigma}$ .

Alors **H04:** On ne considère (Love - Kirchhoff) que les champs de déformations tels que  
 - une fibre perpendiculaire au feuillet moyen reste perpendiculaire au feuillet moyen ( $\epsilon_{\theta z}$  et  $\epsilon_{xz}$  sont négligeables devant  $\epsilon_{\theta\theta}$ ,  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{\theta x}$ )

- les particules d'une telle fibre prennent toutes la même flèche  $w$

**H05:** la coque est mince  $h \ll R$  : le domaine de définition de  $z$ ,  $[-h/2R, +h/2R]$ , est faible par rapport à ceux de  $x$  et  $\theta$ . Le déplacement  $U$  est pris égal à son développement limité au premier ordre en  $z$ .

H04 et H05 impliquent:

$$u_\theta = u - z \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} - u \right)$$

$$u_x = v - z \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$u_z = w$$



Alors dans l'hypothèse **H06** des petites déformations (les variations relatives de courbure sont faibles),

$$\underline{\varepsilon} = (\underline{\text{grad}} U + {}^t\underline{\text{grad}} U) / 2$$

et la loi de comportement : 
$$\underline{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} \underline{\varepsilon} + \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \text{trace}(\underline{\varepsilon})$$

permettent d'écrire les efforts intérieurs  $N_\theta, N_x, T_\theta, T_x, M^F_\theta, M^F_x, M^T_\theta, M^T_x$  en fonction des déplacements  $u, v, w$  (équations (6) à (13) du Chapitre 2)

et donc d'exprimer les 5 équations d'équilibres (1), (2), (3), (4), (5) en termes des déplacements  $u, v, w$ ,

soit :

- 3 équations aux dérivées partielles en  $u, v, w$ : (14), (15), (16) du Chapitre 2
- 2 équations donnant des estimations de  $Q_x$  et  $Q_\theta$  bien que les contraintes  $\sigma_{\theta z}$  et  $\sigma_{xz}$

aient été négligées.

Les trois équations (14), (15), (16), moyennant des conditions aux bords de la structure déterminent la solution en déplacement statiquement et cinématiquement admissible du problème.



**ANNEXE 2** [32], [33]  
**FLEXION DES PLAQUES**  
**RECTANGULAIRES**



## 1. GENERALITES

Les notations sont les mêmes qu'au Chapitre 2 et dans l'annexe 1, la géométrie est explicitée sur la figure 34:

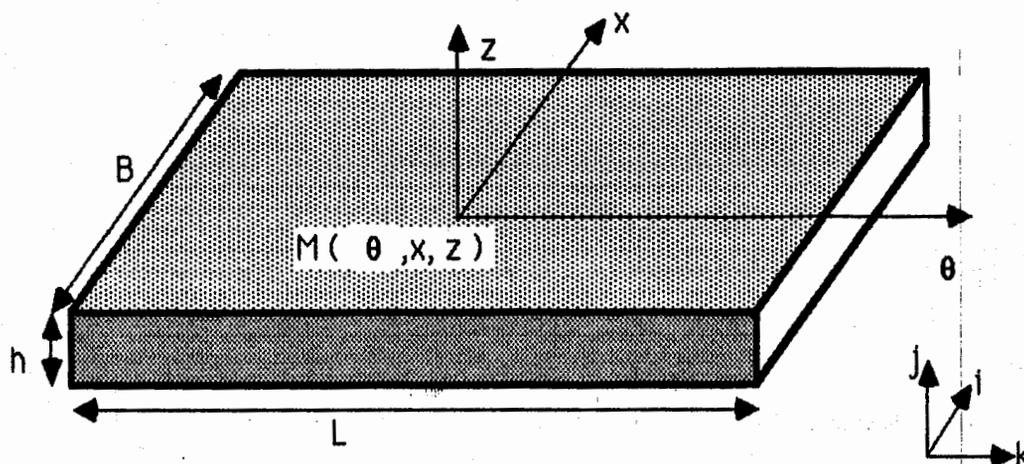


figure 34

$\theta, x, z$  sont rapportés à R:

$$\theta \in [-L/2R, +L/2R]$$

$$x \in [-B/2R, +B/2R]$$

$$z \in [-h/2R, +h/2R]$$

Les équations d'équilibre d'une plaque plane sont découplées:

Les efforts de membrane (chargement de la plaque dans son plan) sont indépendants des moments et efforts transverses (chargement transversal).

Avec des hypothèses analogues à celles rappelées dans l'Annexe 1, on montre que l'équilibre d'une plaque en flexion-torsion en l'absence de densité surfacique d'efforts extérieurs se traduit par

- une équation du quatrième ordre donnant la flèche  $w$  d'un point du feuillet moyen:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0$$

- deux équations permettant d'évaluer a-posteriori les efforts transverses  $Q_x$  et  $Q_\theta$ .



Les moments s'écrivent en fonction de  $w$ :

$$M_{\theta}^F = -\frac{D}{R} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]$$

$$M_x^F = \frac{D}{R} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right]$$

$$M_{\theta}^T = -M_x^T = \frac{D}{R} (1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial x}$$

## 2 FLEXION CYLINDRIQUE D'UNE PLAQUE RECTANGULAIRE

Soit une plaque qui se fléchit selon une surface cylindrique de génératrices de direction  $e_x$ , cela revient à supposer que  $w$  ne dépend que de  $\theta$ .

Alors  $w$  est donné par

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} = 0$$

et des conditions aux limites sur les bords  $\theta = \pm L/2R$

Il apparaît tout de suite que les bords  $x = \pm B/2R$  ne peuvent être libres puisqu'en ces bords

$$M_x^F = \frac{D}{R} \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}$$

donc  $M_x^F$  et donc  $\sigma_{xx}$  sont non nuls.

Dans le cas de notre ruban, l'hypothèse de flexion selon une surface cylindrique n'est qu'approchée:  $w$  dépend de  $x$ , la plaque prend une courbure anticlastique. Le calcul de cette courbure lorsque  $w(\theta, x)$  à  $x$  fixé est un cercle se trouve dans [27].



**BIBLIOGRAPHIE**



- [1] J. HEURTEMATTE - R. KELLER  
Le sciage du bois Delagrave
- [2] R. SZYMANI  
Machining of wood, Encyclopedia of materials science and engineering  
M.B. Bever
- [3] C. SALES  
Manuel de sciage C.T.F.T. Non encore publié
- [4] C.T.B.A. Cahier 96  
Manuel d'entretien et d'affûtage des lames de scies à ruban et scies alternatives
- [5] C. BOULET  
Transmissions par poulies et courroies  
Les Techniques de l'Ingénieur B632-633
- [6] F. E. "Ed" ALLEN  
High strain: theory and applications  
Proceedings of the 8th Wood Machining Seminar 7-9 Oct. 1985  
Richmond, Cal. U.S.A. (R. Lemaster Editor)
- [7] F.E. "Ed" ALLEN  
High strain / thin kerf  
Modern sawmill techniques - Proceedings of the 1st North American sawmill  
clinic  
Febr. 1973 Portland, Oregon U.S.A.
- [8] E.D. KIRBACH  
Problems and solutions in maintenance and operations of band saws  
March 1986 Forintek Canada Corporation Project n° FCC 12-15-004 CFS n°36
- [9] A. SIMMONDS  
Wide band saws - the art of saw doctoring  
Stobart & Sons Limited London  
Chapter 2: theory of tensionning and levelling
- [10] D. GARIN  
Contribution à l'étude du comportement mécanique des lames de scies à ruban  
D.E.A. I.N.P. de Lorraine Juillet 1987
- [11] B. THUNELL  
The stresses in a bandsaw blade  
Paperi ja puu 54 [11] 759-764 1972
- [12] H. SUGIHARA  
Sur les forces s'appliquant à la lame de scie  
Mokuzai Kogyo (Industries du bois) Vol.8 n°74



- [13] A.W. PORTER  
Some engineering considerations of high strain band saws  
Forest Products Journal vol.21 n°4 1971
- [14] C.D. MOTE  
A study of band saw vibrations  
J. of Franklin Institute 279 [6] 430-444 1965
- [15] D.W. ALSPAUGH  
Torsionnal vibration of a moving band  
J. of Franklin Institute 283 [4] 328-338 1967
- [16] a. A.G. ULSOY  
Vibration and stability of bandsaw blades: A theoretical and experimental study  
Ph.D. Dissertation Univ. of California Berkeley Oct. 1979
- b. A.G. ULSOY & C.D. MOTE  
Analysis of bandsaw vibration  
Wood Science Vol.13 n°1 juillet 1980
- [17] a. W.Z. (Ben) WU  
The vibration and stability analysis of axially moving materials: a special study of  
band saw systems  
Ph.D. Dissertation Univ. of California Berkeley Oct 1982
- b. W.Z. WU & C.D. MOTE  
Analysis of vibration in a bandsaw system  
Forest Products Journal 34 [9] 12-21
- [18] K.W. WANG  
System modeling and vibration analysis of band/wheel systems  
Ph.D. Dissertation Univ. of California Berkeley Oct 1985
- [19] a. E. KIRBACH - T. BONAC  
The effect of tensionning and wheel tilting on the torsionnal and lateral  
fundamental frequencies of bandsaw blades  
Wood and Fiber 9 [4] 245-251 1978
- b. E. KIRBACH - T. BONAC  
An experimental study on the lateral natural frequencies of bandsaw blades  
Wood and Fiber 10 [1] 19-27
- [20] C. TANAKA - Y. SHIOTA - A. TAKAHASHI - M. NAKAMURA  
Experimental studies on bandsaw blades vibration  
Wood Science and Technology vol.15 n°2 1981
- [21] J.F. CHARMOILLAUX  
Contribution à l'étude des phénomènes vibratoires des scies à ruban  
Thèse - Laboratoire de Mécanique Appliquée C.N.R.S. Besançon - Sept. 1980



- [22] A. G. ULSOY, C.D. MOTE, R. SZYMANI  
Principal developments in bandsaw vibration and stability research  
Holz als Roh- und Werkstoff 36 : 273 - 280 (1978)
- [23] A. CHARDIN  
Déplacements des lames de scies à ruban sur leurs volants  
Etude générale CTB R 351 Le Courrier de l'Exploitant et du Scieur 4/82 1982
- [24] a. A. CHARDIN  
Displacements of bandsaw blades on wheels  
Proceedings of the 6th Wood Machining Seminar  
1979, Richmond, Cal. U.S.A. (R. Lemaster Editor)
- b. A. CHARDIN  
Displacements of bandsaw blades on wheels  
Proceedings of the 7th Wood Machining Seminar  
1982, Richmond, Cal. U.S.A. (R. Lemaster Editor)
- [25] A. CHARDIN & C. SALES  
Bandsaw blade stability: effects of wheel geometry and tensioning  
Proceedings of the 8th Wood Machining Seminar  
1985, Richmond, Cal. U.S.A. (R. Lemaster Editor)
- [26] N. HATTORI - Y. FUJII - H. SUGIHARA  
Feedback control of the running position of a bandsaw with an actuator  
Mokuzai Gakkaishi Vol.28 n°12 p.783-787
- [27] R.O. FOSCHI  
The light gap technique as a tool for measuring residual stresses in band saw blades  
Wood Science and Technology 9 : 243-255 1975
- [28] A.M. GARLICKI - S. MIRZA  
The mechanics of bandsaw blades  
Eastern Forest Products Laboratory (maintenant Forintek Canada Corp.)  
Ottawa 1972
- [29] F.E. "Ed" ALLEN  
Quality control in timber industry  
Australian Forest Industries Journal, September 1973
- [30] J. TAYLOR  
The dynamics and stresses of bandsaw blades  
Master of Applied Science  
University of British Columbia, February 1986
- [31] T. AOYAMA  
Tensioning of bandsaw blade by rolls  
Part 1. Calculation of crown  
Part 2. Calculation of tension  
Journal of Japanese Wood Research Society, Vol. 16 p 370-381 (1970)



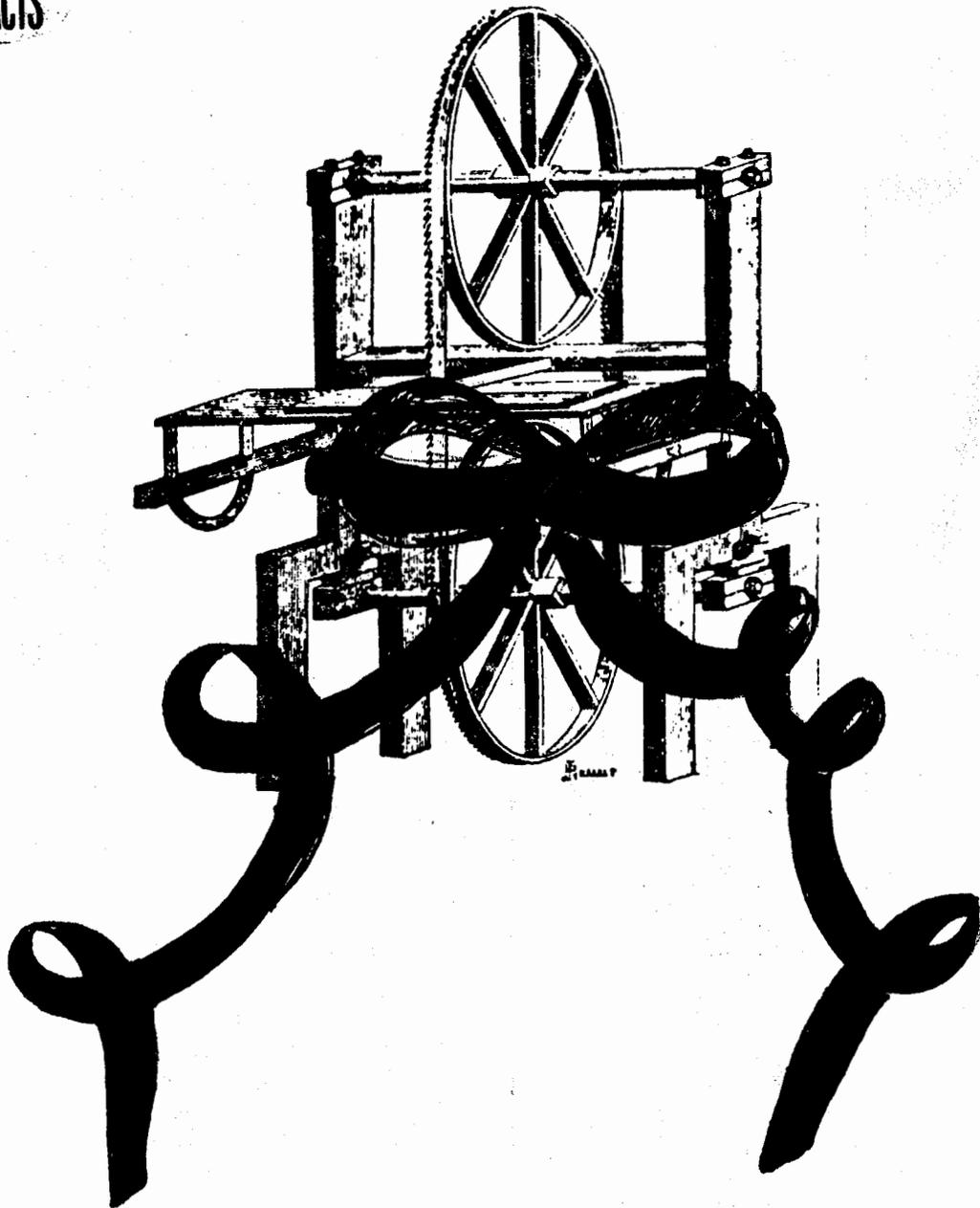
- [32] D. GUITARD  
Structures mécaniques - Coques et plaques  
Cours 3<sup>ème</sup> année E.N.S.E.M.
- [33] S. LAROZE  
Résistance des matériaux et structures  
Tome 1: Milieux continus solides - Plaques et coques  
Eyrolles - Masson & Cie
- [34] J. KERBRAT  
Schématisation des structures  
Cours E.N.S.T.A.
- [35] E. VEITH  
Contribution à l'étude du comportement mécanique des structures cylindriques de grand diamètre soumises à des efforts localisés  
Thèse Docteur Ingénieur - L.E.M.T.A. (1980)



# ANNONCE



**CONTACTS**



Jolie scie à ruban  
cherche lame soeur  
pour débiter des petits riens

Pierre Dac



